

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

فصل ۷ - درس سوم

پایه نهم

## درس سوم: تقسیم چند جمله‌ای‌ها

۱- تقسیم تک جمله‌ای بر تک جمله‌ای (در تمام این درس مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است)

- برای تقسیم دو تک جمله‌ای بر یکدیگر از قوانین ساده کردن کسرها و نیز قوانین مربوط به ساده کردن توان‌ها استفاده می‌کنیم.

$$\frac{14x^5y}{2x^2y^2} = \frac{7x^3}{y} \quad \text{و} \quad \frac{-18a^2xz^4}{27x^6z} = \frac{-2a^2z^3}{3x^5} \quad \text{مثال}$$

## ۲- تقسیم چند جمله‌ای بر تک جمله‌ای

اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  اعدادی صحیح و  $d$  عددی صحیح و غیر صفر باشد، داریم:

$$\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$$

به طور مشابه برای تقسیم چند جمله‌ای  $12x^3 - 18x + 2$  بر  $6$  به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{12x^3 - 18x + 2}{6} = \frac{12x^3}{6} - \frac{18x}{6} + \frac{2}{6} = 2x^3 - 3x + \frac{1}{3}$$

توضیح: صورت چند جمله‌ای است و مخرج یک جمله‌ای است. که در مثال بالا صورت سه جمله‌ای است و مخرج یک جمله‌ای است. هر جمله، صورت جداگانه بر مخرج تقسیم می‌شود.

توضیح دهید: هر یک از تقسیم‌های زیر چگونه انجام شده است؟ جاهای خالی را پر و حل را

کامل کنید.

$$\text{الف) } \frac{2a^3 + 5a^2 - 7a}{4a^2} = \frac{2a^3}{4a^2} + \frac{5a^2}{4a^2} - \frac{7a}{4a^2} = \frac{1}{2}a + \frac{5}{4} - \frac{7}{4a}$$

$$\text{ب) } \frac{14x^3yz - 6xy + 3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z} = \frac{14x^3yz}{2x^2y^2z} - \frac{6xy}{2x^2y^2z} + \frac{3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z} = \frac{7x}{y} - \frac{3}{xyz} + \frac{3z}{2}$$

$$\text{ج) } (8y^3 - 4y^2 + 12y) \div (-4y^2) = \frac{8y^3 - 4y^2 + 12y}{-4y^2}$$

$$= \frac{8y^3}{-4y^2} - \frac{4y^2}{-4y^2} + \frac{12y}{-4y^2} = -2y + 1 - \frac{3}{y}$$

تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$$\text{الف) } \frac{-\cancel{2}^3 a^{\cancel{7}^6} b^{\cancel{4}^3} c}{\cancel{4}^4 ab^{\cancel{6}^2}} = -\frac{3a^6c}{4b^2}$$

$$\text{ب) } \frac{24x^6y - 2z + 3xyz}{x^2z} = \frac{24x^6y}{x^2z} - \frac{2z}{x^2z} + \frac{3xyz}{x^2z} = \frac{24x^4y}{z} - \frac{2}{x^2} + \frac{3y}{x}$$

### ۳- تقسیم چند جمله‌ای بر چند جمله‌ای

اگر تقسیم مقابل را در نظر بگیریم:

$$\begin{array}{r} 26 \quad | \quad 8 \\ -24 \quad 3 \\ \hline 2 \end{array}$$

عدد ۲۶ را مقسوم، ۸ را مقسوم علیه، ۳ را خارج قسمت و ۲ را باقی مانده می‌نامیم. رابطه‌های تقسیم بالا به صورت زیر است:

$$\begin{cases} 3 \times 8 + 2 = 26 \\ 2 < 8 \end{cases}$$

تفاوت با تقسیم قبلی در این است که هم مقسوم و هم مقسوم علیه هر دو چند جمله‌ای هستند.

مثال : چند جمله‌ای  $2x^2 - 7x - 15$  را بر چند جمله‌ای  $x - 5$  تقسیم کنید.

چند جمله‌ای  $2x^2 - 7x - 15$  را مقسوم و  $x - 5$  را مقسوم علیه می‌نامیم. در اولین گام باید مقسوم و مقسوم علیه را بر حسب توان‌های متغیر موجود (در اینجا  $x$ ) از بزرگ به کوچک مرتب کرد. در مثال ما چند جمله‌ای‌های مورد نظر مرتب شده هستند.

اکنون اولین جمله مقسوم را بر اولین جمله مقسوم علیه تقسیم می‌کنیم؛ یعنی:  $\frac{2x^2}{x} = 2x$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 7x - 15 \quad | \quad x - 5 \\ + 2x^2 - 10x \quad \quad \quad 2x \\ \hline \end{array}$$

حاصل ضرب  $2x$  در  $x-5$  را به دست می آوریم و آن را از عبارت مقسوم کم می کنیم :

$$2x^2 - 7x - 15 - (2x^2 - 10x) = 2x^2 - 7x - 15 - 2x^2 + 10x = +3x - 15$$

برای آسان تر شدن، می توانیم پس از محاسبه حاصل ضرب  $2x$  در  $x-5$ ، در میرا بنده (کادر) بالا

$$\begin{array}{r|l} \cancel{2x^2} - 7x - 15 & x - 5 \\ + \cancel{2x^2} - 10x & 2x \\ \hline - & + \\ \hline & 3x - 15 \end{array}$$

علامت عبارت حاصل را قرینه کنیم و محاسبه را انجام دهیم؛ یعنی :

اکنون دوباره  $3x-15$  را بر  $x-5$  تقسیم و مراحل قبل را تکرار می کنیم؛ یعنی اولین جمله

عبارت  $3x-15$  را بر اولین جمله  $x-5$  تقسیم می کنیم. توجه داریم که این چند جمله ای ها نیز باید

برحسب توان های نزولی مرتب شده باشند؛ داریم :  $\frac{3x}{x} = 3$

این تقسیم‌ها را تا زمانی ادامه می‌دهیم که یا باقیمانده صفر شود یا درجه چند جمله‌ای باقیمانده از درجه مقسوم‌علیه کمتر شود.

$$\begin{array}{r|l}
 2x^2 - 7x - 15 & x - 5 \\
 \pm 2x^2 \mp 10x & 2x + 3 \\
 \hline
 \cancel{3x} - \cancel{15} & \\
 \pm \cancel{3x} \mp \cancel{15} & \\
 \hline
 0 & 
 \end{array}$$

وقتی باقیمانده صفر باشد، می‌گوییم مقسوم بر مقسوم‌علیه بخش پذیر است.

یادمان باشد ، قبل از انجام تقسیم هم مقسوم و هم مقسوم علیه به صورت نزولی باشد .

۱- تقسیم‌های زیر را انجام دهید و مراحل کار را توضیح دهید. جاهای خالی را پر و حل را کامل کنید.

(۱)  $4x^3$  را بر  $x^2$  تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{4x^3}{x^2} = 4x$$

(۲)  $4x$  را در مقسوم یعنی  $x^2 - 2$  ضرب می‌کنیم.

$$4x(x^2 - 2) = 4x^3 - 8x$$

(۳) حاصل بدست آمده را قرینه می‌کنیم و با مقسوم جمع جبری می‌کنیم و حاصل را بدست می‌آوریم.

(۴) مجدد این کار را انجام می‌دهیم.

باقیمانده این تقسیم چیست؟

(الف)

$$\begin{array}{r}
 4x^3 - 3x^2 + x + 7 \quad \Big| \quad x^2 - 2 \\
 \underline{\pm 4x^3} \qquad \mp 8x \qquad \boxed{4x} - 3 \\
 -3x^2 + 9x + 7 \\
 \underline{\pm 3x^2} \quad \mp \quad \boxed{6} \\
 \boxed{9x} + 1
 \end{array}$$

(ب)

$$\begin{array}{r} x^2 - 5x - 24 \quad | \quad x - 8 \\ \hline +x^2 - 8x \\ - \quad + \\ \hline 3x - 24 \\ + 3x - 24 \\ - \quad + \\ \hline 0 \end{array}$$

(۱) هم مقسوم و هم مقسوم علیه به صورت نزولی است .

(۲) جمله ی اول مقسوم  $x^2$  را بر جمله اول مقسوم علیه یعنی  $x$  تقسیم می کنیم که حاصل  $x$  می شود

(۳) حالا  $x$  را در  $x - 8$  ضرب می کنیم و بعد از ضرب کردن حاصل را قرینه می کنیم

(۴) جمع جبری می کنیم و حاصل  $3x$  می شود حالا  $-24$  را نیز پایین می آوریم .

(۵) مجدد از مرحله ۲ تا ۴ را انجام می دهیم .

یعنی  $3x$  را بر  $x$  تقسیم می کنیم که حاصل ۳ می شود .

حالا ۳ را در  $x - 8$  ضرب می کنیم و جواب را قرینه می کنیم و جمع جبری می کنیم که باقی مانده صفر است .

زمانی که مانند این تقسیم باقی مانده صفر شود مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است .

۲- تقسیم زیر را انجام دهید و رابطه تقسیم را بنویسید. راه حل را کامل کنید.

$$\begin{array}{r}
 10x^4 - 3x^2 + 2x - 19 \quad | \quad -3 + 2x^2 \\
 \hline
 10x^4 - 3x^2 + 2x - 19 \quad | \quad 2x^2 - 3 \\
 \hline
 +10x^4 - 15x^2 \\
 - \quad \quad \quad + \\
 \hline
 12x^2 + 2x - 19 \\
 +12x^2 - 18 \\
 - \quad \quad \quad + \\
 \hline
 2x - 1
 \end{array}$$

دقت شود که اولین مرحله مقسوم علیه به صورت نزولی  $x$  مرتب شده است.

رابطه های تقسیم:

$$\begin{aligned}
 & (5x^2 + 6)(2x^2 - 3) + 2x - 1 \\
 &= 10x^4 - 15x^2 + 12x^2 - 18 + 2x - 1 \\
 &= 10x^4 - 3x^2 + 2x - 19
 \end{aligned}$$

و درجه چند جمله ای  $2x - 1$  از درجه  $2x^2 - 3$  کمتر است.

یعنی توان  $x$  باقی مانده از توان  $x$  مقسوم علیه کم تر است.

## کار در کلاس

تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

در تقسیم ابتدا مقسوم علیه را به صورت نزولی  $x$  می‌نویسیم.

$6x^3$  را بر  $-x$  تقسیم می‌کنیم که حاصل  $-6x^2$  می‌شود.

$-6x^2$  را در  $-x+2$  ضرب می‌کنیم.

هر دو حاصل را قرینه می‌کنیم. جمع جبری می‌کنیم.

مجدد  $7x^2$  را بر  $-x$  تقسیم می‌کنیم که حاصل  $7x$  می‌شود.

$7x$  را در  $-x+2$  ضرب می‌کنیم و قرینه می‌کنیم.

جمع جبری می‌کنیم و حاصل را به دست می‌آوریم.

مجدد  $2x$  را بر  $-x$  تقسیم می‌کنیم که حاصل  $-2$  می‌شود.

عدد  $-2$  را در  $-x+2$  ضرب می‌کنیم و قرینه می‌کنیم.

با جمع جبری باقی مانده صفر می‌شود و تقسیم تمام است.

$$6x^3 - 19x^2 + 16x - 4 \quad | \quad 2 - x$$

$$\cancel{6x^3} - 19x^2 + 16x - 4 \quad | \quad -x + 2$$

$$\begin{array}{r} -\cancel{6x^3} + 12x^2 \\ \hline -7x^2 + 16x - 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} -6x^2 + 7x - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -\cancel{7x^2} + 16x - 4 \\ +\cancel{7x^2} - 14x \\ \hline 2x - 4 \end{array}$$

$$\cancel{2x} - 4$$

$$\begin{array}{r} -\cancel{2x} + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\text{ب) } -x^3 - 12 + 8x \quad | \quad x + 6$$

$$\begin{array}{r} -x^3 + 8x - 12 \quad | \quad x + 6 \\ + \quad \cancel{x^3} + \quad \quad \quad -x^2 + 6x - 28 \\ \hline \end{array}$$

$$+ \quad \cancel{6x^2} + 8x - 12$$

$$- \quad \cancel{6x^2} + 36x$$

$$\begin{array}{r} -28x - 12 \\ + \quad \cancel{28x} + 168 \\ \hline \end{array}$$

باقی مانده ۱۵۶

دقت شود که باقی مانده از درجه  $x$  صفر است و از درجه مقسوم علیه کمتر است . یعنی تقسیم تمام شده است .

شاد باشید

در تقسیم ابتدا مقسوم را به صورت نزولی  $x$  می نویسیم .