

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

فصل ۷ - درس دوم

پایه نهم

## درس دوم: محاسبات عبارتهای گویا

### ضرب و تقسیم عبارتهای گویا

عبارتهای گویا را همانند عددهای گویا می‌توان در هم ضرب یا بر هم تقسیم کرد. در مورد عددهای گویا قوانین زیر را داریم:

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

و

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{8} = \frac{2}{3} \times \frac{8}{5} = \frac{16}{15}$$

$$(b, d \neq 0)$$

$$(b, c, d \neq 0)$$

در ضمن در مورد عبارات گویا هم هر جا که امکان داشته باشد، می‌توان عبارت را ساده کرد.

## فعالیت

توضیح دهید که هر یک از ضرب‌ها و یا تقسیم‌های زیر چگونه انجام شده است. هر جا لازم است، راه‌حل را کامل و حاصل عبارت را ساده کنید.

$$\text{الف) } \frac{\cancel{5}^1 xy^3}{\cancel{1}^1 x^2 z^2} \times \frac{\cancel{1}^2 z^3}{\cancel{5}^2 y^2} = \frac{2yz}{3x}$$

$$\text{ب) } \frac{x+3}{x} \times \frac{x^2}{x^2-2x-15} = \frac{\cancel{x+3}}{\cancel{x}} \times \frac{\cancel{x^2}}{(x+3)(x-5)} = \frac{x}{x-5}$$

$$ج) \frac{x-6}{x^2-12x+36} \times \frac{x^2-3x-18}{x^2+7x+12} = \frac{\cancel{x-6}}{(\cancel{x-6})(x-6)} \times \frac{(\cancel{x-6})(x+3)}{(x+3)(x+4)} = \frac{1}{x+4}$$

$$د) \frac{4x^2}{3xy} \div \frac{4x}{y^2} = \frac{4x^2}{3xy} \times \frac{y^2}{4x} = \frac{y^2}{3}$$

$$ه) \frac{a^2-4a-5}{a^2-4a} \div \frac{a^2+3a+2}{a-4} = \frac{a^2-4a-5}{a^2-4a} \times \frac{a-4}{a^2+3a+2}$$

$$= \frac{(\cancel{a+1})(a-5)}{a(\cancel{a+2})} \times \frac{\cancel{a-4}}{(\cancel{a+1})(a+2)} = \frac{a-5}{a(a+2)}$$

حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\text{الف) } \frac{a^2 - a - 6}{a + 3} \times \frac{a + 3}{a^2 - 4} = \frac{\cancel{(a+3)}(a-2)}{\cancel{a+3}} \times \frac{\cancel{a+3}}{(a-2)\cancel{(a+1)}} = \frac{a-2}{a-2}$$

$$\text{ب) } \frac{a^2b + ab^2}{a} \times \frac{3ab}{(a+b)^2} = \frac{\cancel{ab}(a+b)}{\cancel{a}} \times \frac{3ab}{\cancel{(a+b)}(a+b)} = \frac{3ab^2}{a+b}$$

$$\text{ج) } \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2} \div \frac{x + 1}{x + 5} = \frac{\cancel{(x+1)}\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}} \times \frac{(x+5)}{\cancel{(x+1)}} = (x+5)$$

$$\text{د) } \frac{4x^4}{3xy^2} \div \frac{1x}{9y^5} = \frac{\cancel{4}x^4}{\cancel{3}xy^2} \times \frac{\cancel{9}y^5}{\cancel{1}x} = \frac{3}{2}x^3y^3$$

## جمع و تفریق عبارات‌های گویا

جمع و تفریق عبارات‌های گویا مشابه جمع و تفریق عددهای گویاست؛ در مورد عددهای گویا داریم:

$$\frac{5}{8} - \frac{4}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$(b \neq 0)$$

و

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$(b, d \neq 0)$$

$$\frac{5}{7} + \frac{2}{3} = \frac{15+14}{21} = \frac{29}{21}$$

به طریق مشابه می‌توان دو عبارت گویا را جمع یا تفریق کرد.

توضیح دهید که هر یک از محاسبات زیر چگونه انجام شده است. هر جا لازم است راه حل را کامل، و مانند نمونه یک جمع و تفریق عددی مشابه آن ارائه کنید.

$$\text{الف)} \quad \frac{3x+7}{x+2} + \frac{2x-3}{x+2} = \frac{3x+7+2x-3}{x+2} = \frac{5x+4}{x+2}$$

$$\text{ب)} \quad \frac{3x+7}{x+2} - \frac{2x-3}{x+2} = \frac{3x+7-(2x-3)}{x+2} = \frac{3x+7-2x+3}{x+2} = \frac{x+10}{x+2}$$

$$\begin{aligned} \text{ج)} \quad \frac{a^2-20}{a^2-4} + \frac{a-2}{a+2} &= \frac{a^2-20+(a-2)^2}{a^2-4} \\ &= \frac{a^2-20+a^2-4a+4}{a^2-4} = \frac{2a^2-4a-16}{a^2-4} = \frac{2(a^2-2a-8)}{a^2-4} \\ &= \frac{2(a-4)(a+2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{2a-8}{a-2} \end{aligned}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{4}{7} - \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{7}{10} + \frac{9}{5} = \frac{7}{10} + \frac{18}{10} = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

$$د) \frac{2}{x+2} - \frac{x-1}{x+4} = \frac{2(x+4) - (x-1)(x+2)}{(x+2)(x+4)} =$$

$$\frac{1}{2} - \frac{5}{4} = \frac{2 \times 1 - 5 \times 2}{2 \times 4} = \frac{2 - 10}{8} = -\frac{8}{8} = -1$$

$$\frac{2x+8 - (x^2+x-2)}{(x+2)(x+4)} = \frac{2x+8-x^2-x+2}{(x+2)(x+4)} = \frac{-x^2+x+10}{(x+2)(x+4)}$$

## کار در کلاس

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } \frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x} = \frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{-(x-y)} = \frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{(x-y)} = \frac{x^2 - y^2}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y)}{x-y} = x+y$$

از یک منفی فاکتور بگیریم تا مخرج‌ها یکی شود

$$\frac{-1}{2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

$$ب) \frac{6}{\Delta x} - \frac{4}{x} = \frac{6-4 \times \Delta}{\Delta x} = \frac{6-20}{\Delta x} = \frac{-14}{\Delta x}$$

$$ج) \frac{2x^2 - 16}{x^2 - 4} - \frac{x+4}{x+2} = \frac{2x^2 - 16 - (x+4)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x^2 - 16 - (x^2 + 2x - 8)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x^2 - 16 - x^2 - 2x + 8}{(x-2)(x+2)} =$$

$$(x-2)(x+2)$$

$$\frac{x^2 - 2x - 8}{(x-2)(x+2)} = \frac{(x-4)\cancel{(x+2)}}{(x-2)\cancel{(x+2)}} = \frac{x-4}{x-2}$$

$$د) \frac{7}{x^2 - x - 2} + \frac{x}{x^2 + 4x + 2} = \frac{7(x+2) + x(x-2)}{(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{7x + 14 + x^2 - 2x}{(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 + 5x + 14}{(x+1)(x-2)(x+2)}$$

$$(x-2)(x+1) \quad (x+2)(x+1)$$

## ساده کردن عبارتهای مرکب

هنگام ساده کردن هر عبارت گویای مرکب، همانند کسره‌های مرکب می‌توان صورت و مخرج را جداگانه ساده و سپس آنها را برهم تقسیم کرد و یا از همان ابتدا صورت و مخرج را در عبارتی مناسب (و غیرصفر) ضرب کرد.

$$12 \left( \frac{1}{4} + \frac{2}{6} \right) = \frac{3+6}{6+7} = \frac{9}{13}$$

به مثال مقابل توجه کنید.

## فعالیت

توضیح دهید که هر یک از روش‌های ارائه شده برای ساده کردن کسر مرکب با روش دیگر چه تفاوتی دارد؛ هر جا لازم است راه حل را کامل کنید. ( $x \neq 0$ )

$$1) \left\{ \begin{array}{l} \text{الف) } \frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = \frac{x^2(1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2})}{x^2(1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2})} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x + 3} = \frac{\cancel{(x-3)}(x+2)}{\cancel{(x-3)}(x-1)} = \frac{x+2}{x-1} \\ \\ \text{ب) } \frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = \frac{\frac{x^2 - x - 6}{x^2}}{\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2}} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2} \div \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2} = \frac{x^2 - x - 6}{\cancel{x^2}} \times \frac{\cancel{x^2}}{x^2 - 4x + 3} \\ \\ = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x + 3} = \frac{\cancel{(x-3)}(x+2)}{\cancel{(x-3)}(x-1)} = \frac{x+2}{x-1} \end{array} \right.$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} \text{الف) } \frac{\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}}{\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}} = \frac{a(a+1)\left(\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}\right)}{a(a+1)\left(\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}\right)} = \frac{2(a+1) - 3a}{2a - 3(a+1)} = \frac{2a+2-3a}{2a-3a-3} = \frac{-a+2}{-a-3} \end{array} \right.$$

$$\text{ب) } \frac{\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}}{\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}} = \frac{\frac{2(a+1) - 3a}{a(a+1)}}{\frac{2a - 3(a+1)}{a(a+1)}} = \frac{2a+2-3a}{2a-3a-3} = \frac{-a+2}{-a-3} =$$

$a \neq 0$  و  $a \neq -1$

$$\frac{-a+2}{a(a+1)} \div \frac{-a-3}{a(a+1)} = \frac{-a+2}{a(a+1)} \times \frac{a(a+1)}{-a-3} = \frac{-a+2}{-a-3}$$

حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت بنویسید. (مخرج همه کسرها مخالف صفر فرض شده است)

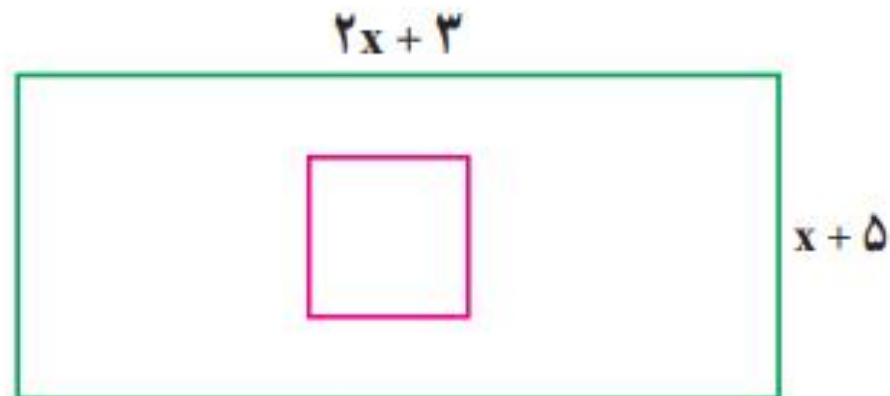
$$\text{الف) } \frac{n - \frac{n^2}{n-m}}{1 + \frac{m^2}{n^2 - m^2}} = \frac{\frac{n(n-m) - n^2}{n-m}}{\frac{n^2 - m^2 + m^2}{n^2 - m^2}} = \frac{\frac{n^2 - nm - n^2}{n-m}}{\frac{(n-m)(n+m)}{n^2 - m^2}} = \frac{-nm}{n-m} \div \frac{n^2}{(n-m)(n+m)} =$$

$$\frac{\cancel{-nm}}{\cancel{n-m}} \times \frac{(\cancel{n-m})(n+m)}{\cancel{n^2}} = \frac{-m(n+m)}{n}$$

$$\frac{(x+y)(x-y) \left( \frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y} \right)}{(x+y)(x-y) \left( \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} \right)} = \frac{y(x-y) - x(x+y)}{x(x-y) + y(x+y)} = \frac{\cancel{xy} - y^r - x^r - \cancel{xy}}{x^r - \cancel{xy} + \cancel{xy} + y^r} =$$

$$\frac{-(y^r + x^r)}{(x^r + y^r)} = -1$$

## فعالیت



طول ضلع مربع داخل مستطیل،  
نصف عرض مستطیل است. اگر نسبت  
مساحت مربع به مساحت مستطیل  $\frac{5}{26}$   
باشد، طول و عرض مستطیل را به دست  
آورید.

راه حل را کامل کنید و توضیح دهید: چگونه به کمک ساده کردن عبارت گویای به دست آمده  
و حل معادله، پاسخ به دست می آید؟

$$\text{طول ضلع مربع} = \frac{x+5}{2}$$

$$\text{مساحت مربع} = \left(\frac{x+5}{2}\right)^2 = \frac{(x+5)^2}{4}$$

$$\text{مساحت مربع} = \frac{(x+5)^2}{4} \quad \text{و} \quad \text{مساحت مستطیل} = (2x+3)(x+5) = \frac{5}{26}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+5)^2}{4(x+5)(2x+3)} = \frac{5}{26} \Rightarrow \frac{x+5}{4x+6} = \frac{5}{13} \Rightarrow 20x + 30 = 13x + 65$$

$$\Rightarrow 7x = 35 \Rightarrow x = 5$$

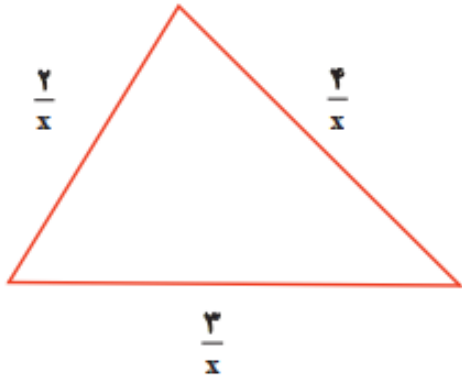
$$\text{طول} = (2x+3)$$

$$2 \times 5 + 3 = 13$$

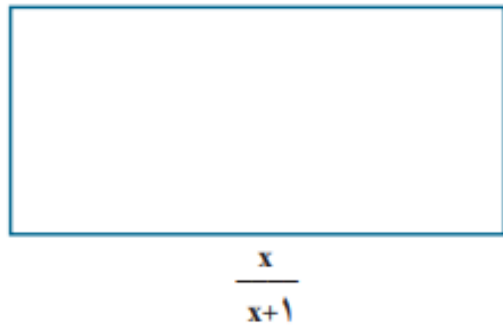
$$\text{عرض} = x + 5$$

$$5 + 5 = 10$$

۱- محیط هر شکل را بر حسب  $x$  به دست آورید و آن را ساده کنید. ( $x > 0$ )

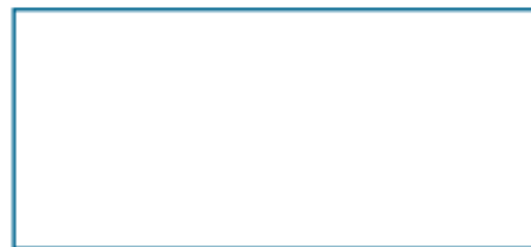


$$\frac{2}{x} + \frac{3}{x} + \frac{4}{x} = \frac{2+3+4}{x} = \frac{9}{x}$$



$$\begin{aligned} \frac{3}{x+2} \left( \frac{x}{x+1} + \frac{3}{x+2} \right) &= \frac{3}{x+2} \left( \frac{x(x+2) + 3(x+1)}{(x+1)(x+2)} \right) = \frac{3}{x+2} \left( \frac{x^2 + 2x + 3x + 3}{(x+1)(x+2)} \right) = \\ &= \frac{3}{x+2} \left( \frac{x^2 + 5x + 3}{(x+1)(x+2)} \right) = \frac{3x^2 + 10x + 6}{x^2 + 3x + 2} \end{aligned}$$

۲- مساحت مستطیل زیر را بر حسب  $x$  به دست آورید. ( $x > 2$ )



$$x^2 + 3x + 2$$

$$\frac{x-2}{x+1} (x^2 + 3x + 2) \times \frac{x-2}{x+1} = \frac{\cancel{(x+1)}(x+2)(x-2)}{\cancel{(x+1)}} = (x+2)(x-2) =$$

$$x^2 - 4$$

شاد باشید  
..