



تمرین درس سوم
فصل ۷ پایه نهم

صفحات : ۱۲۳ - ۱۲۴ - ۱۲۵

۱- ضرب و تقسیم‌های زیر را انجام دهید. (در همه تمرین‌ها مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است)

اتحاد مزدوج

$$\text{الف) } \frac{a^2 - 16}{a + 4} \times \frac{a + 2}{a^2 - 8a + 16} = \frac{\cancel{(a - 4)} \cancel{(a + 4)} (a + 2)}{\cancel{(a + 4)} \cancel{(a - 4)} (a - 4)} = \frac{(a + 2)}{(a - 4)}$$

اتحاد جمله مشترک

تقسیم به ضرب تبدیل می‌شود و عبارت
دومی معکوس می‌شود

اتحاد مزدوج

$$\text{ب) } \frac{m^2 - 49}{m + 1} \div \frac{7 - m}{m^2 - 1} = \frac{\cancel{(m - 7)} (m + 7) (m - 1) \cancel{(m + 1)}}{\cancel{(m + 1)} \times \cancel{-(m - 7)}} = -(m + 7)(m - 1)$$

$$= -(m^2 + 6m - 7) = -m^2 - 6m + 7$$

اتحاد مزدوج

تقسیم به ضرب تبدیل می شود و عبارت

دومی معکوس می شود

جمله مشترک یا مربع دو جمله ای

جمله مشترک

$$\text{ج) } \frac{x^2 - 4x + 4}{4x^2y - 8xy} \div \frac{x^2 + x - 6}{6x + 18} = \frac{\cancel{(x-2)}\cancel{(x-2)} \times \cancel{6} \cancel{(x+3)}}{\cancel{2}xy\cancel{(x-2)} \times \cancel{(x+3)}\cancel{(x-2)}} = \frac{3}{2xy}$$

مزدوج

$$\text{د) } \frac{1-c^2}{b^3} \times \frac{b^2}{1-2c+c^2} = \frac{\cancel{(1-c)}\cancel{(1+c)} \cancel{b^2}}{\cancel{b^3} \cancel{(1-c)}\cancel{(1-c)}} = \frac{1+c}{b(1-c)}$$

جمله مشترک

۲- جمع و تفریق‌های زیر را انجام دهید.

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad \frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y(x-y)^2}{x^2 - y^2} &= \frac{\cancel{x(x^2 - y^2)} - \cancel{y(x-y)^2}}{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)} \\ &= \frac{x(x+y)(x-y) - y(x-y)(x-y)}{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)} = \frac{\cancel{(x-y)} [x(x+y) - y(x-y)]}{\cancel{(x-y)}(x+y)(x^2 + y^2)} \\ &= \frac{x^2 + \cancel{xy} - \cancel{xy} + y^2}{(x+y)(x^2 + y^2)} = \frac{\cancel{x^2 + y^2}}{(x+y)(\cancel{x^2 + y^2})} = \frac{1}{(x+y)} \end{aligned}$$

$$\text{ب) } \frac{x+y}{ax-bx} + \frac{y+a}{by-ay} = \frac{x+y}{x(a-b)} - \frac{y+a}{y(a-b)} = \frac{y(x+y) - x(y+a)}{xy(a-b)}$$

$$= \frac{\cancel{xy} + y^2 - \cancel{xy} - ax}{xy(a-b)} = \frac{+y^2 - ax}{xy(a-b)}$$

$$\text{ج) } \frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2} = \frac{(a^2-b^2)(a+b) - (a^3-b^3)}{\cancel{(a-b)}(a+b)}$$

$$= \frac{\cancel{a^3} + a^2b - ab^2 - \cancel{b^3} - \cancel{a^3} + \cancel{b^3}}{(a-b)(a+b)} = \frac{ab(a-b)}{\cancel{(a-b)}(a+b)} = \frac{ab}{a+b}$$

$$د) \frac{\cancel{4+x^2} - 2x}{\cancel{2+x}} - \frac{2}{1} - \frac{x}{1} = \frac{4+x^2-2x-2(2+x)-x(2+x)}{\cancel{2+x}}$$

$$= \frac{\cancel{4+x^2} - 2x - \cancel{4} - 2x - 2x - \cancel{x^2}}{2+x} = \frac{-6x}{2+x}$$

روش دوم:

$$د) \frac{4+x^2-2x}{2+x} - 2 - x = \frac{4+x^2-2x}{2+x} - \frac{(2+x)}{1} = \frac{\cancel{4+x^2} - 2x - (2+x)^2}{2+x} = \frac{-6x}{2+x}$$

۳- فقط یکی از عبارتهای گویای زیر قابل ساده شدن است؛ آن را مشخص و ساده کنید.

$$\frac{a^2+5}{a^2} \text{ و } \frac{a^2+3}{3} \text{ و } \frac{a^2+b^2}{a^2} \text{ و } \frac{a^2-5a}{a} = \frac{\cancel{a}(a-5)}{\cancel{a}} = a-5$$

۴- از میان عبارتهای زیر، هر کدام را که مساوی عبارت $\frac{x}{y}$ است، معلوم کنید.

الف) $\frac{x+3}{y+3}$

ب) $\frac{3-x}{3-y}$

ج) $\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}y}$

$$\frac{x}{y}$$

د) $\frac{x^3}{y^3}$

ه) $\frac{\cancel{a^3}x}{\cancel{a^3}y}$

$$\frac{x}{y}$$

۵- عبارت $\frac{-x+3}{x+5}$ با کدام یک از عبارات های زیر برابر است؟

الف) $-\frac{x+3}{x+5}$

ب) $-\frac{x-3}{x+5}$

ج) $\frac{x-3}{x+5}$

د) $-\frac{3-x}{x+5}$

۶- کدام یک از عبارات های زیر به درستی ساده شده است؟

الف) $\frac{a+5}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a+5)(a-5)} = a-5$

ب) $\frac{a+5}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a+5)(a-5)} = \frac{1}{a-5}$

۷- اگر $A=a^2-b^2$ و $B=a^2+b^2$ و $C=2ab$ ، حاصل عبارت $\frac{A^2-B^2}{C^2}$ را به دست آورید.

$$\frac{A^2 - B^2}{C^2} = \frac{(a^2 - b^2)^2 - (a^2 + b^2)^2}{(2ab)^2} = \frac{a^4 - 2a^2b^2 + b^4 - (a^4 + 2a^2b^2 + b^4)}{4a^2b^2}$$

$$= \frac{\cancel{a^4} - 2a^2b^2 + \cancel{b^4} - \cancel{a^4} - 2a^2b^2 - \cancel{b^4}}{4a^2b^2} = \frac{-4a^2b^2}{4a^2b^2} = -1$$

روش دوم

$$\frac{A^2 - B^2}{C^2} = \frac{(A - B)(A + B)}{C^2} = \frac{[(\cancel{a^2} - \cancel{b^2}) + (\cancel{a^2} + \cancel{b^2})][(\cancel{a^2} - \cancel{b^2}) + (\cancel{a^2} + \cancel{b^2})]}{(2ab)^2}$$

$$\frac{(-2b^2)(2a^2)}{4a^2b^2} = \frac{-4a^2b^2}{4a^2b^2} = -1$$

۸- کدامیک از تساوی‌های زیر، درست و کدامیک نادرست است؟ موارد نادرست را اصلاح کنید. (همه عبارت‌های جبری تعریف شده فرض می‌شود.)

الف) $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a-b}{ab}$ نادرست $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a^2 - b^2}{ab}$ x^{-7} نادرست $\frac{x^{13}}{x^{20}} = x^7$ ب)

ج) $\frac{a}{5} - \frac{7-b}{5} = \frac{a-7+b}{5}$ نادرست $\frac{a-b}{b-a} = 1$ نادرست $\frac{a-b}{-(a-b)} = -1$

ه) $\frac{1}{a-b} = \frac{-1}{a+b}$ نادرست $\frac{a^2 - b^2}{a-b} = a+b$ درست $\frac{(\cancel{a-b})(a+b)}{(\cancel{a-b})} = (a+b)$

ز) $\frac{ca+cb}{c+cd} = \frac{a+b}{d}$ نادرست $\frac{\cancel{c}(a+b)}{\cancel{c}(1+d)}$ $\frac{a}{\frac{b}{a}} = \frac{c}{b}$ ح) درست

۹- طول مستطیلی از دو برابر عرض آن یک واحد کمتر است. نسبت محیط به مساحت این

مستطیل را به صورت یک کسر گویا (عبارت گویا) بنویسید. عرض: x طول: $2x - 1$

$$\text{محیط: } 2(2x - 1 + x) = 6x - 2$$

$$\text{مساحت: } x(2x - 1) = 2x^2 - x$$

$$\frac{6x - 2}{2x^2 - x}$$

۱۰- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید و نتیجه را ساده کنید.

$$\text{الف) } \frac{\frac{a-a^2}{a^2-1}}{\frac{a}{a+1}-a} = \frac{\frac{-a(\cancel{a-1})}{(\cancel{a-1})(a+1)}}{\frac{\cancel{a}-a^2-\cancel{a}}{(a+1)}} = \frac{-a}{-a^2} = \frac{1}{a}$$

$$\text{ب) } \frac{\frac{1}{x-y} - \frac{2}{x+y}}{\frac{x^2-9y^2}{(x-y)^2}} = \frac{\frac{\cancel{x+y}-2(x-y)}{(x+y)(x-y)}}{\frac{(x-3y)(x+3y)}{(x-y)(x-y)}} = \frac{-\cancel{(x-y)}(x-y)(x-y)}{(x+y)\cancel{(x-y)}\cancel{(x-3y)}(x+3y)} = \frac{-(x-y)}{(x+y)(x+3y)} = \frac{-x+y}{(x+y)(x+3y)}$$

۱۱- دو عبارت گویا بنویسید که :

الف) حاصل ضرب آنها $\frac{a-2}{a+7}$ شود.

بازپاسخ :

$$\frac{a-2}{x} \times \frac{x}{a+7}$$

$$\frac{a}{a+7} - \frac{2}{a+7}$$

ب) حاصل جمع آنها $\frac{a-2}{a+7}$ شود.

۱۲- عرض مستطیل مقابل را بر حسب x به دست آورید.
مساحت مستطیل $x^2 - 9$ است.

$$\frac{x^2 - x - 12}{x - 4}$$

$$A = x^2 - 9$$

$$x^2 - 9 \div \frac{x^2 - x - 12}{x - 4} =$$

$$(x - 3)(x + 3) \div \frac{(x + 3)(x - 4)}{x - 4} =$$

$$(x - 3)(x + 3) \times \frac{1}{(x + 3)} = (x - 3)$$

ساد باشد