

# درس سوم : دستگاه معادلات خطی



تمرین صفحه ۱۱۲



۱- دستگاه‌های زیر را حل کنید.

$$۲) \quad \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{y-1}{3} = \frac{1}{6} \\ x+y=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-2y=2 \\ x+y=4 \end{cases} \rightarrow x = -y+4$$

روش جایگزینی

$$۶ \left( \frac{x-1}{2} \right) - ۶ \left( \frac{y-1}{3} \right) = ۶ \left( \frac{1}{6} \right) = ۱ \rightarrow -۳y + ۱۲ - ۲y = ۱$$

$$۳x - ۳ - ۲y + ۲ = ۱$$

$$۳x - ۲y - ۱ = ۱$$

$$۳x - ۲y = ۲$$

$$y = \frac{-۱۰}{-۵} = ۲$$

$$y = ۲$$

$$x = -y + 4 = -۲ + 4 = ۲$$

$$x = ۲$$

جواب دستگاه :

$$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix}$$

۲- یک جواب برای  $x$  و  $y$  طوری تعیین کنید که تساوی زیر برقرار باشد.

$$2^{2x-y-2} = 3^{x+y-1}$$

تساوی مقابل در صورتی برقرار است که توان هر دو عبارت برابر با صفر باشد

$$\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{روش جایگزینی}} y = -x + 1$$

$$2x - y = 2 \longrightarrow 2x - (\overset{+x-1}{-x+1}) = 2 \longrightarrow 3x - 1 = 2 \longrightarrow 3x = 2 + 1 = 3 \longrightarrow x = \frac{3}{3} = 1$$

$$y = -x + 1 = -1 + 1 = 0$$

جواب دستگاه :  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

۳- معادله خطی بنویسید که از محل برخورد دو خط  $x-y=1$  و  $x+y=1$  بگذرد و شیب آن  $-\frac{2}{3}$  باشد.

$$+ \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

برای پیدا کردن نقطه برخورد دو خط دستگاه مقابل را حل می‌کنیم

$$2x = 2 \longrightarrow x = \frac{2}{2} = 1$$

جواب دستگاه:  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$x + y = 1 \longrightarrow 1 + y = 1 \longrightarrow y = 1 - 1 = 0$$

حال معادله خطی را می‌نویسیم که شیب آن  $-\frac{2}{3}$  و از نقطه  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  بگذرد.

$$y = ax + b \longrightarrow y = -\frac{2}{3}x + b \xrightarrow{\text{بایگذاری نقطه } \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ در معادله خط}} 0 = -\frac{2}{3} \times (1) + b$$

$$\longrightarrow -\frac{2}{3} + b = 0 \longrightarrow b = \frac{2}{3}$$

معادله خط:  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$

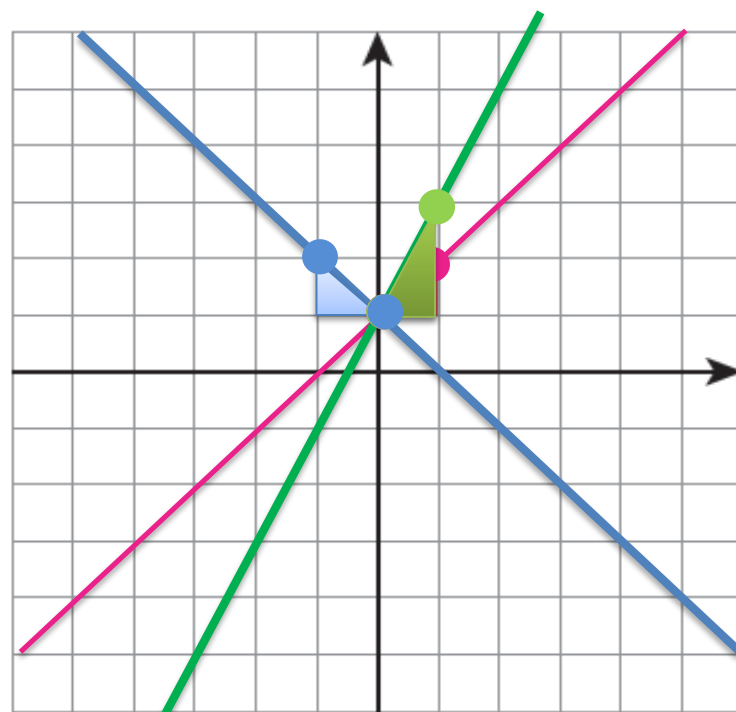
۴- در معادله  $y = ax + 1$  اگر به جای  $a$  عددهای مختلفی قرار دهیم، معادله‌های زیادی به دست می‌آید. به ازای  $a = 1$  و  $a = 2$  و  $a = -1$  این خط‌ها را رسم کنید؛ این خطوط چه ویژگی مشترکی دارند؟

$$a = 1 \longrightarrow y = 1x + 1$$

$$a = 2 \longrightarrow y = 2x + 1$$

$$a = -1 \longrightarrow y = -1x + 1$$

محل برخورد سه خط نقطه  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  است یعنی عرض از مبدا هر سه عدد یک است.



۵- در یک مزرعه، ۲۰ شترمرغ و گاو وجود دارد. پاهای آنها ۵۶ عدد است. در این مزرعه چند شترمرغ و چند گاو وجود دارد؟ (شترمرغ ۲ پا و گاو ۴ پا دارد)

۸ : تعداد گاو و ۱۲ : تعداد شترمرغ

$$-2 \times \begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases} \xrightarrow{\text{روش حذفی}} \begin{cases} -2x - 2y = -40 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases}$$

$$\underline{\hspace{10em}}$$

$$2y = 16 \longrightarrow y = \frac{16}{2} = 8$$

$$x + y = 20 \longrightarrow x + 8 = 20 \longrightarrow x = 20 - 8 = 12$$

۶- دستگاه معادله خطی زیر را از دو روش حذفی و ترسیمی حل کنید.

$$-2 \times \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -4x + 6y = -14 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$$


---


$$0 = -9$$

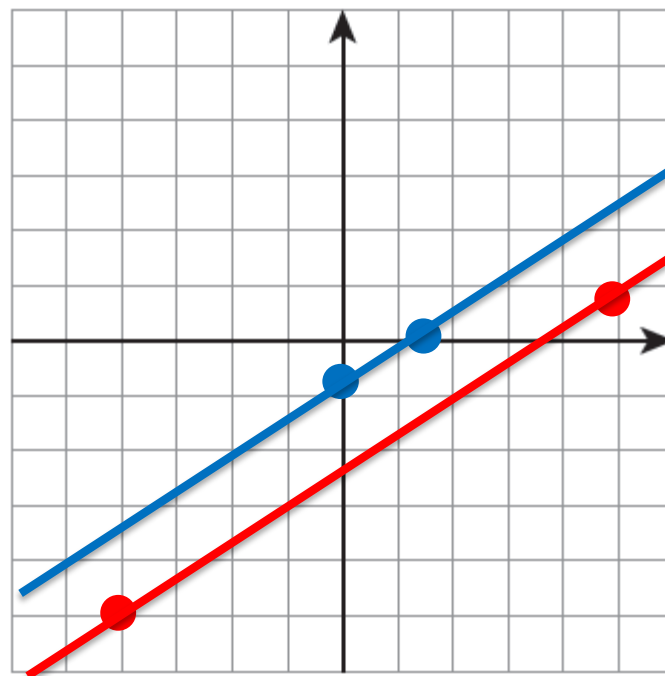
تساوی نادرست است . پس دو خط ممتد برهمه خورد ( نقطه مشترک ) ندارند .  
یعنی دستگاه جواب ندارد.

۶- دستگاه معادله خطی زیر را از دو روش حذفی و ترسیمی حل کنید.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ -5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cdot \\ -\frac{5}{6} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \frac{5}{4} \\ \cdot \end{bmatrix}$$



آیا این دستگاه جواب دارد؟ **فیر**

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases} \quad \text{۶- دستگاه معادله خطی زیر را از دو روش حذفی و ترسیمی حل کنید.}$$

شیب هر دو خط را به دست آورید. توضیح دهید چرا نقطه مشترکی به عنوان جواب معادله به دست نمی آید.

$$2x - 3y = 7 \rightarrow \frac{-3}{-3}y = \frac{-2}{-3}x + \frac{7}{-3} \rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$$

$$4x - 6y = 5 \rightarrow \frac{-6}{-6}y = \frac{-4}{-6}x + \frac{5}{-6} \rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{6}$$

شیب دو خط با هم مساوی است پس دو خط موازی اند و نقطه برخورد (نقطه مشترکی) ندارند یعنی دستگاه معادله خطی جواب ندارد.

۷- مجموع سن علی و پدرش ۷۰ سال و اختلاف آنها ۲۶ سال است. سن هر یک را با تشکیل دستگاه معادلات به دست آورید.

۲۲ : سن علی      و      ۴۸ : سن پدر علی

$$\begin{array}{l}
 \left\{ \begin{array}{l} x + y = 70 \\ x - y = 26 \end{array} \right. \\
 \hline
 2x = 96 \quad \longrightarrow \quad x = 48
 \end{array}$$

$$x + y = 70 \quad \longrightarrow \quad 48 + y = 70 \quad \longrightarrow \quad y = 70 - 48 = 22$$