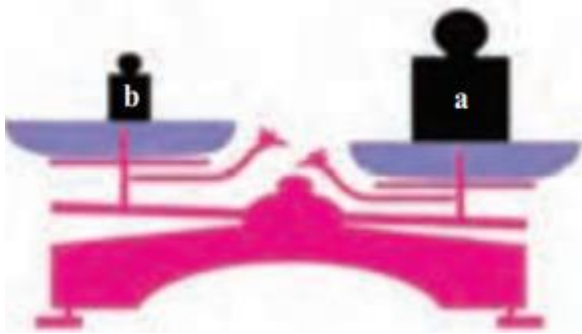


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

فصل ۵ - درس سوم پایه نهم



روی کفه‌های ترازو دو وزنه a و b کیلوگرمی قرار دارد.
 با توجه به شکل، وزنه a از وزنه b سنگین‌تر است.
 – با توجه به وضعیت ترازو، هر یک از نمادهای \neq ، $<$ ، $>$ را در جاهای خالی فقط یک بار استفاده و وزنه‌های a و b را با هم مقایسه کنید.

$$a \square b, a \square b, b \square a$$

در شکل بالا اگر وزنه‌ای p کیلوگرمی باشد، به طوری که $a = b + p$ ، در این صورت برای اینکه کفه‌های ترازو مقابل هم بایستند، باید وزنه p کیلوگرمی را روی کدام کفه قرار

هرگاه a و b دو عدد حقیقی باشد؛ به طوری که $a > b$ ، در این صورت عدد حقیقی

داد؟ b

مثبتی مانند p هست؛ به طوری که $a = b + p$.

با توجه به برابری‌های زیر مانند نمونه، یک نابرابری برای هر کدام بنویسید.

الف) $x = y + 4 \Rightarrow x > y$

ج) $a - 2 = b + 3$

$$a = b + 3 + 2$$

$$a = b + 5 \Rightarrow a > b$$

ب) $m + 1 = n + 3$

$$m = n + 3 - 1$$

$$m = n + 2 \Rightarrow m > n$$

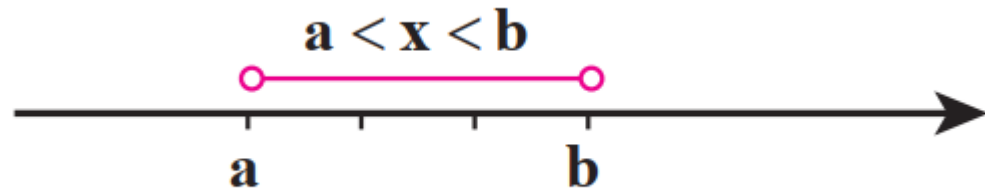
د) $2m = 3n$ ($m, n > 0$)

$$m = \frac{3}{2}n \Rightarrow m > n$$

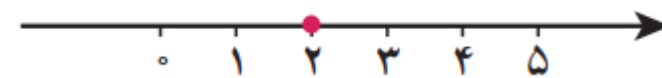
هرگاه a و b دو عدد حقیقی باشند، فقط یکی از حالت‌های « a بزرگ‌تر از b » یا « a کوچک‌تر از b » یا « a برابر با b » را خواهیم داشت. چنانچه عدد حقیقی a منفی نباشد در این صورت $a > 0$ یا $a = 0$ است.

در این حالت می‌نویسیم $a \geq 0$. می‌خوانیم a بزرگ‌تر یا برابر با 0 است؛ مانند $2 \geq 0$ یا $0 \geq 0$ یا $\frac{1}{3} \geq 0$.

چنانچه a و b دو عدد حقیقی باشند، به طوری که a از b کمتر نباشد، در این صورت $a > b$ یا $a = b$ است.
در این حالت می نویسیم $a \geq b$.



برای سه عدد حقیقی a و b و x به طوری که
عدد دلخواه x بین اعداد a و b باشد ($a < b$),
می نویسیم: $a < x < b$.



مانند: $1 < 2 < 5$

۱- متناظر با هر یک از ناحیه‌های مشخص شده روی محور، یک نابرابری بنویسید.

$$-3 \leq x \leq 5$$



$$2 \leq x < 5$$



۲- درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را بررسی کنید.

(الف) اگر $a+b > 0$ آنگاه، a و b هر دو مثبت اند. **نادرست است.**

$$\begin{aligned} a &= -2 \\ b &= +5 \end{aligned} \Rightarrow -2 + 5 = 3$$

یک مثال نقض می‌زنیم.

ب) اگر $ab > 0$ آنگاه، a و b هم علامت هستند. درست است.

ضرب دو عدد منفی، مثبت می شود. $-3 \times (-5) = 15$

ضرب دو عدد مثبت هم مثبت می شود. $5 \times 3 = 15$

ج) اگر $\frac{ab}{c} < 0$ آنگاه، a و b و c منفی هستند. نادرست است.

اگر یکی هم منفی باشد جواب منفی است.

د) اگر $a^2b < 0$ آنگاه، b منفی است. درست است.

حاصل a^2 به ازای هر عدد غیر صفر مثبت است. پس حتما b باید منفی باشد که حاصل ضرب منفی شود.

$$\begin{array}{l} a = 2 \\ b = 6 \\ c = -3 \end{array} \Rightarrow \frac{2 \times 6}{-3} = -4$$

۳- عبارتهای کلامی را به صورت جبری بنویسید.

$$3x - 1 > 7$$

● ۳ برابر عددی منهای یک از ۷ بزرگتر است.

$$-2x + 3 < 8$$

● قرینه دو برابر عددی به علاوه ۳ از ۸ کوچکتر است.

۱- به دو طرف نابرابری های زیر، عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا نابرابری باز هم برقرار است؟ **بله**

$$-3 < 1 \xrightarrow{+3} -3 + 3 < 1 + 3 \rightarrow 0 < 4$$

$$-3 < 1 \xrightarrow{-7} -3 - 7 < 1 - 7 \Rightarrow -10 < -6$$

$$-3 < -2 \xrightarrow{-100} -3 - 100 < -2 - 100 \Rightarrow -103 < -102$$

خاصیت ۱: اگر دو طرف یک نابرابری را با عددی مانند c جمع کنیم، نابرابری همچنان برقرار است؛ یعنی اگر $a > b$ آنگاه $a + c > b + c$.

۲- دو طرف نابرابری زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید؛

$$-7 > -9 \xrightarrow{\times 3} -21 > -27$$

$$-7 > -9 \xrightarrow{\times 0} 0 = 0$$

$$-7 > -9 \xrightarrow{\times (-3)} 21 < 27$$

$$-7 > -9 \xrightarrow{\times (-1)} 7 < 9$$

آیا نابرابری‌ها تغییر می‌کنند؟

- ★ در عدد مثبت که ضرب شد علامت نامساوی تغییر نکرد.
- ★ در عدد صفر که ضرب شد علامت نامساوی به مساوی تبدیل شد.
- ★ در عدد منفی که ضرب شد علامت بزرگتر به کوچکتر تبدیل شد.

خاصیت ۲ : اگر دو طرف یک نابرابری را در عدد مثبتی مانند c ضرب کنیم،

نابرابری همچنان برقرار خواهد بود؛ یعنی اگر $a > b$ و $c > 0$ آنگاه $ac > bc$.

خاصیت ۳ : اگر دو طرف نابرابری $a > b$ را در عدد منفی c ($c < 0$) ضرب کنیم،

در این صورت داریم : $ac < bc$.

۳- نابرابری $2x+1 > 7$ را در نظر بگیرید؛ این نابرابری شامل متغیر x است و درجه نسبت به x با ۱ برابر است؛ در این صورت به این نابرابری، نامعادله یک مجهولی درجه اول می‌گوییم.

در جدول زیر مقدارهای داده شده را به جای x قرار دهید؛ آیا در هر حالت نابرابری برقرار است؟ **خیر**

نامعادله	$x=-1$	$x=2$	$x=3$	$x=4$	$x=7$
$2x+1 > 7$	$2(-1)+1 > 7$ \downarrow $-1 > 7$ نادرست	$2(2) + 1 > 7$ $5 > 7$ نادرست	$2(3) + 1 > 7$ $7 > 7$ نادرست	$2(4) + 1 > 7$ $9 > 7$ درست	$2(7) + 1 > 7$ $15 > 7$ درست

مجموعه مقادیری که به ازای آنها، نامعادله به نابرابری درست تبدیل شود، مجموعه جواب نامعادله است. با توجه به جدول بالا، ۴ و ۷ در مجموعه جواب این نامعادله است.

اکنون با توجه به خاصیت‌های نابرابری‌ها و پاسخ به سؤالات زیر، این نامعادله را حل کنید.

$$2x + 1 > 7 \xrightarrow{+(-1)} 2x > 6 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} x > 3$$

– دو طرف نامعادله را با -1 جمع کنید.

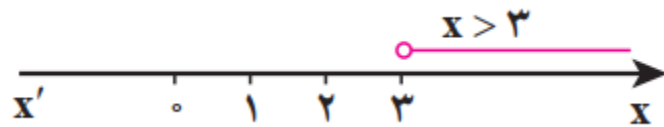
$$2x + 1 - 1 > 7 - 1 \quad \left(\frac{1}{2}\right) \times 2x > \left(\frac{1}{2}\right) \times 6$$

– دو طرف نامعادله حاصل را در $\frac{1}{2}$ ضرب کنید یا دو طرف نامعادله را بر 2 تقسیم کنید.

– با توجه به نابرابری $x > 3$ ، در می‌یابیم که مجموعه همه عددهای بزرگ‌تر از 3 ، مجموعه جواب این نامعادله است.

چنانچه مجموعه جواب نامعادله را با D نمایش دهیم، خواهیم داشت: $D = \{x \in \mathbb{R} | x > 3\}$

می‌توان مجموعه جواب این نامعادله را روی محور عددهای حقیقی به صورت زیر نمایش داد.



مجموعه جواب نامعادله‌های زیر را مانند نمونه به دست آورید.

الف) $2x + 7 \geq 15$

$$2x + 7 - 7 \geq 15 - 7$$

$$2x \geq 8$$

$$\frac{2x}{2} \geq \frac{8}{2}$$

$$x \geq 4$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 4\}$$

ب) $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} < \frac{x-1}{6} \xrightarrow{\times 6} 6 \times \frac{x}{3} - 6 \times \frac{1}{2} < 6 \times \frac{x-1}{6}$

$$\rightarrow 2x - 3 < x - 1 \xrightarrow{+(-x)} 2x - 3 + (-x) < x - 1 + (-x)$$

$$\rightarrow x - 3 < -1 \xrightarrow{+3} x < 2 \quad D = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$$

$$\text{ج) } 3(x-1) \geq 2x+1$$

$$3x - 3 \geq 2x + 1$$

$$3x - 2x \geq 1 + 3$$

$$x \geq 4$$

$$D = \{x \in R \mid x \geq 4\}$$

شاد باشید

$$\text{د) } \frac{2}{3}(x+7) - \frac{x}{4} \leq \frac{1}{2}(3-x) + \frac{x}{6}$$

$$12 \left(\frac{2}{3}(x+7) - \frac{x}{4} \right) \leq 12 \left(\frac{1}{2}(3-x) + \frac{x}{6} \right)$$

$$8(x+7) - 3x \leq 6(3-x) + 2x$$

$$8x + 56 - 3x \leq 18 - 6x + 2x$$

$$8x - 3x + 6x - 2x \leq 18 - 56$$

$$9x \leq -38$$

$$x \leq -\frac{38}{9}$$

$$D = \left\{ x \in R \mid x \leq -\frac{38}{9} \right\}$$