

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

فصل ۵- درس دوم پایه نهم

۱- حاصل عبارت زیر را با دو روش ارائه شده انجام دهید و آنها را کامل کنید.

× × ×

روش اول: $(a+b+c)^2 = (a+b+c)(a+b+c) = \underline{a^2} + \underline{ab} + \underline{ac} + \underline{ab} + \underline{b^2} + \underline{bc} + \underline{ac} + \underline{bc} + \underline{c^2} =$
 $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

مربع دومی

روش دوم: $((a+b)+c)^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$
 $= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

جمله اول

جمله دوم

دوبرابر اولی × دومی

مربع جمله اول

اتحاد مربع سه جمله ای :

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

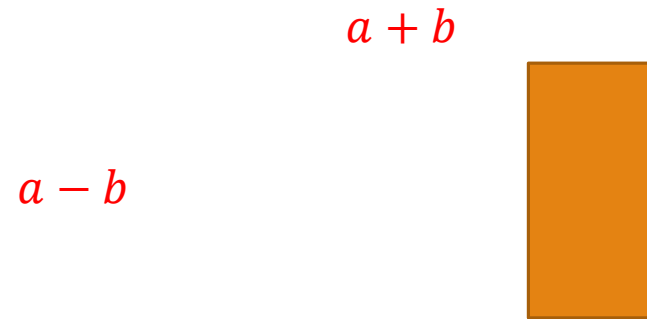
به کمک نتیجه این فعالیت، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$(a+b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$$

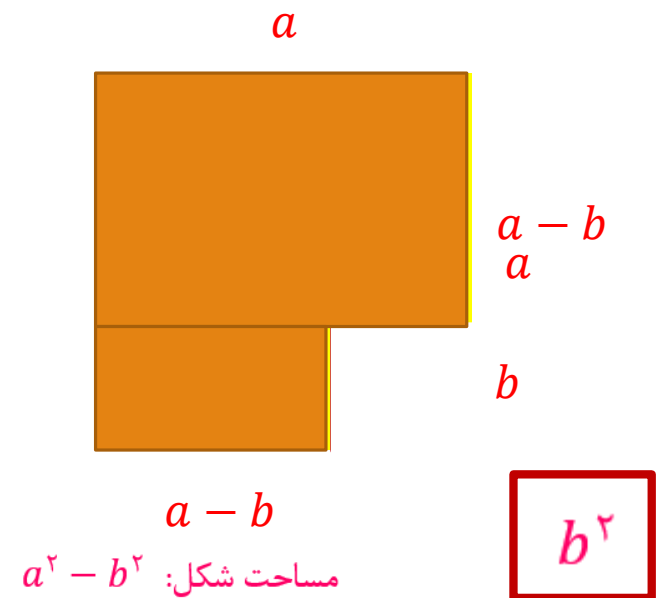
۲- با استفاده از ضرب عبارت‌های جبری، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2 = a^2 - b^2$$

اگر a و b مثبت و $b < a$ باشد، به کمک شکل‌های زیر درستی اتحاد $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ را نتیجه بگیرید.



مساحت شکل: $(a - b)(a + b)$



مساحت شکل: $a^2 - b^2$

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

اتحاد مزدوج

این اتحاد را به صورت کلامی بیان کنید.

حاصل ضرب مجموع دو عدد در تفاضل آن ها برابر است با : اختلاف مجذور آن دو عدد

۱- تساوی‌های زیر را با استفاده از اتحاد مناسب کامل کنید.

$$۱) (۱+a)(۱-a)=۱-a^۲$$

$$۳) (t+۳)(t-۳)=t^۲-۹$$

$$۲) (۲a+۵)(۲a-۵)=۴a^۲-۲۵$$

$$۴) (a-b-c)^۲=a^۲+b^۲+c^۲-۲ab-۲ac+۲bc$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را مانند نمونه با استفاده از اتحاد مزدوج به دست آورید.

$$۱) (۱-x)(x+۱) = (۱-x)(۱+x) = ۱-x^۲$$

$$۲) (-y-۲z)(-۲z+y) = (-۲z-y)(-۲z+y) = ۴z^۲-y^۲$$

$$۳) (-۷y+t)(t+۷y) = (t-۷y)(t+۷y) = t^۲-۴۹y^۲$$

$$۴) (-۴y-۲z)(۲z-۴y) = (-۴y-۲z)(-۴y+۲z) = ۱۶y^۲-۴z^۲$$

$$۵) (x-۲y+۵)(x+۲y-۵) = [x-(۲y-۵)][x+(۲y-۵)] = x^۲ - (۲y-۵)^۲ = x^۲ - (۴y^۲ - ۲۰y + ۲۵) = x^۲ - ۴y^۲ + ۲۰y - ۲۵$$

$$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

از اتحاد مزدوج در تجزیه عبارات‌های جبری نیز استفاده می‌شود.
با توجه به این تساوی، جای خالی را پر کنید.

$$۱) x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$$

$$۲) 4y^2 - \frac{1}{4}z^4 = (2y + \frac{1}{2}z^2)(2y - \frac{1}{2}z^2)$$

$$۳) (2x+1)^2 - y^2 = [(2x+1) - y][(2x+1) + y]$$

$$۴) 1 - (3a+z)^2 = [1 - (3a+z)][1 + (3a+z)] = (1 - 3a - z)(1 + 3a + z)$$

$$۵) (2x+1)^2 - (3x+4)^2 = [(2x+1) - (3x+4)][(2x+1) + (3x+4)] = (-x-3)(5x+5)$$

$$۶) x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)(x+y)(x-y)$$

$$\begin{array}{c} A \quad B \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \hline 4x^2 - (7-3y)^2 \end{array}$$

۱- محسن قصد دارد عبارت جبری زیر را تجزیه کند.

محسن با توجه به شکل عبارت جبری به فکر استفاده از اتحاد مزدوج می افتد و این عبارت را به کمک این اتحاد به صورت زیر تجزیه می کند.

$$(2x-7+3y)(2x+7-3y)$$

به نظر شما، محسن در استفاده از اتحاد مزدوج، A و B را چگونه انتخاب کرده است؟

۲- استفاده از اتحادها، می تواند بعضی از محاسبات به ظاهر مشکل را ساده کند. به کمک

اتحادها، تساوی های زیر را کامل کنید.

$$98 \times 102 = (100 - 2) \times (100 + 2) = 100^2 - 2^2 = 10000 - 4 = 9996$$

$$497 \times 503 = (500 - 3)(500 + 3) = 500^2 - 3^2 = 250000 - 9 = 249991$$

$$(1001)^2 = (1000 + 1)^2 = 1000^2 + 2000 + 1 = 1000000 + 2000 + 1 = 1002001$$

۱- به تساوی های زیر دقت کنید. توضیح دهید عبارت سمت راست چگونه به دست آمده است؟
 بین جواب و عبارت سمت چپ چه ارتباطی وجود دارد؟

مربع جمله مشترک

$$\text{الف) } (x+2)(x+5) = x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$$

۲+۵ جمع دو غیر مشترک

۲×۵ ضرب دو غیر مشترک

$$\text{ب) } (x+9)(x-4) = x^2 + 9x - 4x - 36 = x^2 + 5x - 36$$

با توجه به عبارات بالا تساوی زیر را کامل کنید.

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

اتحاد به دست آمده را اتحاد جمله مشترک می نامند.

۲- با توجه به فعالیت ۱ اگر طرف راست عبارت بالا را داشته باشیم و بخواهیم آن را به

حاصل ضرب دو عبارت تجزیه کنیم، اعداد a و b را چگونه تشخیص دهیم؟

اگر به صورت نزولی نوشته نشده ابتدا نزولی کنیم . در اینجا نزولی است .
 $(x^2 + (a+b)x + ab) = (x+a)(x+b)$

عبارتی که به صورت مربع نوشته شده جمله مشترک است .

جذر این جمله را می گیریم و به عنوان جمله مشترک می نویسیم (x)

جمع دو عدد ضریب x عبارت دومی و ضرب دو عدد عبارت سومی شده است .

دو عدد را پیدا می کنیم و در پرانتز ها می نویسیم .

$$(x^2 + 7x + 10) = (x + 2)(x + 5) \text{ الف}$$

جمله مشترک x است .

ضرب چه اعدادی 10 می شود ؟

جمع این اعداد چند می شود ؟

پس جواب 2 و 5 است .

$$\text{ب) } x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$$

$$\text{ج) } y^2 + y - 6 = (y + 3)(y - 2)$$

$$\text{د) } y^2 - y - 6 = (y + 2)(y - 3)$$

$$\text{هـ) } y^2 + 5y + 6 = (y + 2)(y + 3)$$

۳- تجزیة عبارت $x^2 + 10x - 24$ را چهار نفر از دانش آموزان به کمک اتحاد جمله مشترک به چهار صورت زیر انجام داده اند. کدام یک درست و کدام یک نادرست است؛ چرا؟

جواب نفر اول : $(x+6)(x-4)$

✓ جواب نفر سوم : $(x+12)(x-2)$

جواب نفر دوم : $(x+6)(x+4)$

جواب نفر چهارم : $(x-12)(x+2)$

$$(x + 12)(x - 2)$$

چون به صورت نزولی است ابتدا جذر جمله اول x^2 را می گیریم .

با توجه به اینکه ضریب x عددی مثبت است یعنی عدد بزرگتر مثبت است .

و چون حاصل ضرب یعنی عبارت سوم منفی است یعنی یکی از اعداد مثبت و دیگری منفی است.

$$-1 \times 24 = -24 \quad -1 + 24 = 23$$

$$-2 \times 12 = -24 \quad -2 + 12 = 10$$

پس :

پس جواب ۱۲ و -۲ است .

شاد باشید .