

به نام خدا

پایه نهم - فصل ۴ - درس چهارم

جمع و تفریق رادیکال ها

فعالیت

زمینی به شکل مربع داریم که طول قطر آن $2\sqrt{6}$ متر است. می‌خواهیم مساحت و محیط این زمین را به دست آوریم. راه حل ارائه شده را توضیح دهید و در صورت لزوم آن را کامل کنید.

حل: به کمک رابطه **فیثاغورس** داریم: $x^2 + x^2 = (2\sqrt{6})^2$

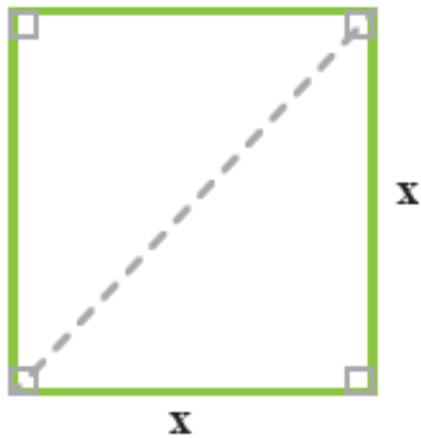
در نتیجه: $2x^2 = 24$ و از آنجا $x^2 = 12$

بنابراین **مساحت** این زمین ۱۲ متر مربع است.

از اینجا می‌توان نتیجه گرفت که **ضلع** مربع $\sqrt{12}$ متر یا $2\sqrt{3}$

متر است.

همچنین: متر $8\sqrt{3} = 4 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ **محیط** مربع



اگر قسمت رادیکالی دو عبارت پس از ساده کردن کاملاً یکسان باشد، می توان آنها

را با هم جمع یا تفریق کرد؛ مثلاً دو عبارت $۳\sqrt{۲}$ و $۷\sqrt{۲}$ دارای قسمت های رادیکالی

یکسان هستند و داریم: $۷\sqrt{۲} + ۳\sqrt{۲} = ۱۰\sqrt{۲}$ و $۷\sqrt{۲} - ۳\sqrt{۲} = ۴\sqrt{۲}$

همچنین:

$$\sqrt{۱۲} + ۹\sqrt{۳} = ۲\sqrt{۳} + ۹\sqrt{۳} = ۱۱\sqrt{۳}$$

اما قسمت های رادیکالی عبارات $۲\sqrt{۵}$ و $\sqrt[۳]{۲}$ یا عبارات $۷\sqrt{۲}$ و $\sqrt[۳]{۲}$ یکسان نیستند.

کار در کلاس

حاصل جمع هر ستون را مانند نمونه‌ها در سطر آخر بنویسید :

$3\sqrt{7}$	$\frac{3}{2}\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{5}}{2}$	$3\sqrt{a}$	\sqrt{xy}	$\sqrt{2}$
$-4\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{5}$	$2\sqrt{b}$	$2\sqrt{x}$	$\sqrt{3}$
$1\sqrt{7}$	$1\sqrt{2}$	$-\frac{2}{3}\sqrt{10}$	$-\frac{1}{5}\sqrt{a}$	$-7\sqrt{x}$	$\sqrt{5}$
$2\sqrt{5}$	$-5\sqrt{2}$	$-2\sqrt{10}$	$-7\sqrt{b}$	$4\sqrt{xy}$	$6\sqrt{2}$
$11\sqrt{7} - 2\sqrt{5}$	$\frac{9}{2}\sqrt{2} + \sqrt{2}$	$\frac{5}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{3}\sqrt{10}$	$\frac{14}{5}\sqrt{a} - 5\sqrt{b}$	$5\sqrt{xy} - 5\sqrt{x}$	$7\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$

فعالیت

حاصل عبارتهای زیر را ساده کنید.

راه حلها را توضیح دهید و آنها را کامل کنید.

الف) $\sqrt{72} - \sqrt{32} + \sqrt{18}$

ابتدا حاصل هر یک از رادیکالها را به دست می آوریم:

(جاهای خالی را کامل کنید.)

$$\sqrt{72} = \sqrt{6^2 \times 2} = 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{4^2 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{72} - \sqrt{32} + \sqrt{18} = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \text{ب) } \sqrt{50} + \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{81} &= \sqrt{5^2 \times 2} + \sqrt[3]{2^3 \times 3} + \sqrt[3]{3^3 \times 3} \\ &= 5\sqrt{2} + 2\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{3} = 5\sqrt{2} + 5\sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

مثال ۱: حاصل $\sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ را به دو روش به دست آورده ایم؛ آنها را با هم مقایسه کنید.

$$\begin{aligned} \text{الف) } \sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) &= \sqrt{48 \times 3} + \sqrt{48 \times 2} = \sqrt{4^2 \times 3^2} + \sqrt{4^2 \times 3 \times 2} \\ &= \sqrt{(4 \times 3)^2} + 4\sqrt{6} = 12 + 4\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\text{ب) } \sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{4^2 \times 3}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 4\sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 12 + 4\sqrt{6}$$

مثال ۲: حاصل $(\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}) \div \sqrt{3}$ را به دست آورید.

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

بنابراین حاصل تقسیم برابر ۱ است. (چرا؟)

$$\underbrace{(\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48})}_{\sqrt{3}} \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1$$

حاصل عبارتهای زیر را ساده کنید.

$$1) \sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{128} = \sqrt{49 \times 2} - \sqrt{25 \times 2} + \sqrt{64 \times 2} = 7\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$2) \sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{48} = \sqrt{9 \times 3} - \sqrt{4 \times 3} - \sqrt{25 \times 3} + \sqrt{16 \times 3} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 0$$

$$3) 5\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{128} = 5\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{27 \times 2} - 4\sqrt[3]{64 \times 2} = 5\sqrt[3]{2} + 9\sqrt[3]{2} - 16\sqrt[3]{2} = -2\sqrt[3]{2}$$

$$4) \sqrt{4 + \frac{1}{81} + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{324}{81} + \frac{1}{81} + \frac{36}{81}} = \sqrt{\frac{361}{81}} = \frac{19}{9}$$

$$5) (\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) = 3\sqrt{4} - \sqrt{6} + 3\sqrt{6} - \sqrt{9} = 6 + 2\sqrt{6} - 3 = 3 + 2\sqrt{6}$$

گویا کردن مخرج کسرها

گاهی اوقات برای ساده کردن یک عبارت رادیکالی یا آسان تر کردن محاسبات، لازم است مخرج یک کسر را از حالت رادیکالی خارج کنیم؛ به طور مثال برای محاسبه $\frac{20}{\sqrt{2}}$ باید عدد 20 را بر $\sqrt{2}$ تقسیم کنیم؛ در حالی که می توانیم مخرج کسر را به صورت زیر گویا کنیم:

$$\frac{20}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$$

توضیح دهید که مخرج هر یک از کسره‌های زیر چگونه گویا شده است. هر جا لازم است، راه حل را کامل کنید.

$$\text{الف) } \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6} \quad \text{ب) } \frac{2}{\sqrt[3]{5}} = \frac{2}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{5^2}}{5}$$

$$\text{ج) } \frac{4}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{4}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6} \quad \text{د) } \frac{2\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{2^2}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2\sqrt[3]{14}}{2} = \sqrt[3]{14}$$

$$\text{ه) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2x}}{x} \quad \text{و) } \frac{5}{\sqrt[3]{z^2}} \times \frac{\sqrt[3]{z}}{\sqrt[3]{z}} = \frac{5\sqrt[3]{z}}{z}$$

(x > 0) (z ≠ 0)

مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.

$$\text{الف) } \frac{6}{\sqrt[3]{2}} = \frac{6}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{6\sqrt[3]{4}}{2} = 3\sqrt[3]{4}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } \frac{2}{\sqrt{32}} &= \frac{2}{\sqrt{32}} \times \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{32}} = \frac{2\sqrt{32}}{32} \\ &= \frac{\sqrt{32}}{16} = \frac{4\sqrt{2}}{16} = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\text{ج) } \frac{12}{\sqrt{6}} = \frac{12}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{12\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6}$$

$$\text{د) } \frac{5}{\sqrt[3]{3x}} = \frac{5}{\sqrt[3]{3x}} \times \frac{\sqrt[3]{(3x)^2}}{\sqrt[3]{(3x)^2}} = \frac{5\sqrt[3]{9x^2}}{3x}$$

$(x \neq 0)$