به نام خدا

پایه نهم – فصل ۴ – درس سوم

درس سوم: ریشه گیری

فعالیت

۱ــ حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را مانند نمونه‌ها به‌دست آورید :

$\left(-\frac{۲}{۳}\right)^۲ = \frac{۴}{۹}$ $\left(\frac{۱}{۷}\right)^۲ = \frac{۱}{۴۹}$ $(\sqrt{۵})^۲ = ۵$ $(-۳)^۲ = ۹$

$(-۴)^۲ = ۱۶$ $۴^۲ = ۱۶$ $\left(-\frac{۱}{۷}\right)^۲ = \frac{۱}{۴۹}$ $(-\sqrt{۵})^۲ = ۵$

مربع (توان دوم) عددهای ۳ و ۳− برابر ۹ است. اعداد ۳ و ۳− را ریشه‌های دوم عدد ۹ می‌نامند.

همان‌گونه که در سال‌های گذشته دیده‌اید، ریشه‌های دوم ۹ را با $\sqrt{۹}$ و $-\sqrt{۹}$ نمایش می‌دهند و داریم :

$-\sqrt{۹} = -۳$ و $\sqrt{۹} = ۳$.

۲ــ جاهای خالی را در جدول زیر کامل کنید :

عدد	۳	۳-	۴	۴-	$\frac{۲}{۳}$	$-\frac{۲}{۳}$	$\sqrt{۵}$	$-\sqrt{۵}$	$\frac{۱}{۷}$	$-\frac{۱}{۷}$	$\sqrt{۶}$	$-\sqrt{۶}$
مربع عدد (توان دوم)	۹		۱۶		$\frac{۴}{۹}$		۵		$\frac{۱}{۴۹}$		۶	

ریشه‌های دوم عدد $\frac{۴}{۹}$، اعداد $\frac{۲}{۳}$ و $-\frac{۲}{۳}$ هستند. ریشه‌های دوم ۷، عددهای $\sqrt{۷}$ و $-\sqrt{۷}$ هستند. ریشهٔ دوم صفر، همان صفر است و داریم $\sqrt{۰}=۰$.

به‌طور کلی اگر b یک عدد حقیقی مثبت باشد، $\sqrt{b}$ و $-\sqrt{b}$ را ریشه‌های دوم b می‌نامند. همان‌طور که می‌دانید، عددهای منفی ریشهٔ دوم ندارند.

۳ــ جاهای خالی را در جدول زیر کامل کنید.

عدد	۲	۲-	۳	۳-	۴	$\frac{۱}{۵}$	$-\frac{۱}{۲}$	۵	$-\frac{۲}{۳}$	۰
مکعب عدد (توان سوم)	۸	۸-	۲۷	۲۷-	۶۴	$\frac{۱}{۱۲۵}$	$-\frac{۱}{۸}$	۱۲۵	$-\frac{۸}{۲۷}$	۰

مکعب (توان سوم) عدد ۲ برابر ۸ است؛ یعنی $۸=۲^۳$. ریشهٔ سوم عدد ۸ عددی است که وقتی به‌توان ۳ برسد، برابر ۸ می‌شود؛ پس، ریشهٔ سوم عدد ۸ برابر ۲ است و می‌نویسیم $\sqrt[۳]{۸}=۲$. همچنین چون $-۸=(-۲)^۳$ ریشهٔ سوم عدد ۸- برابر ۲- است و می‌نویسیم $\sqrt[۳]{-۸}=-۲$ ؛ به‌عبارت دیگر با اینکه عددهای منفی ریشهٔ دوم ندارند، ولی ریشه سوم دارند. به کمک جدول قبل دیده می‌شود که ریشهٔ سوم عدد ۶۴ برابر ... ۴ ... و ریشهٔ سوم عدد $-\frac{۸}{۲۷}$ عدد .. $-\frac{۲}{۳}$ ... است.

۴ـ طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید :

$\sqrt[۳]{-۲۷}=-۳$ $\qquad$ $\sqrt[۳]{۱۲۵}=۵$ $\qquad$ $\sqrt[۳]{-\frac{۱}{۸}}=-\frac{۱}{۲}$ $\qquad$ $(\sqrt[۳]{۸})^۳=۸$

به‌طور کلی اگر b یک عدد حقیقی باشد، ریشهٔ سوم آن را با $\sqrt[۳]{b}$ نمایش می‌دهیم.

هر عدد فقط یک ریشهٔ سوم دارد.

کار در کلاس

۱ــ حاصل هر عبارت را به‌دست آورید :

$\sqrt{۸۱} = ۹$ $\quad$ $\sqrt{۴^۲} = ۴$ $\quad$ $\sqrt{(-۴)^۲} = ۴$ $\quad$ $\sqrt[۳]{-۱} = -۱$

$\sqrt[۳]{\frac{۲۷}{۱۲۵}} = \frac{۳}{۵}$ $\quad$ $\sqrt[۳]{۶^۳} = ۶$ $\quad$ $\sqrt[۳]{-\frac{۸}{۱۰۰۰}} = -\frac{۲}{۱۰}$ $\quad$ $\sqrt[۳]{(-۷)^۳} = -۷$

۲ــ به کمک رابطه $|x| = \sqrt{x^۲}$ ، که در فصل ۲ آموخته‌اید، حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید :

$\sqrt{(-۶)^۲} = |-۶| = ۶$ $\quad$ $\sqrt{۸^۲} = |۸| = ۸$ $\quad$ $\sqrt{\left(-\frac{۳}{۵}\right)^۲} = \left|-\frac{۳}{۵}\right| = \frac{۳}{۵}$

$\sqrt{(۱-\sqrt{۲})^۲} = |۱-\sqrt{۲}| = \sqrt{۲}-۱$ $\quad$ $\sqrt{(۲-۹)^۲} = |۲-۹| = |-۷| = ۷$ $\quad$ $\sqrt{\left(۱-\frac{۱}{۳}\right)^۲} = \left|۱-\frac{۱}{۳}\right| = \left|\frac{۲}{۳}\right| = \frac{۲}{۳}$

۳ــ حاصل عبارت $\sqrt{x^۲}+\sqrt{y^۲}$ را در هر یک از حالت‌های زیر به‌دست آورید؛ یکی از حالت‌ها حل شده است.

الف) x و y هر دو مثبت هستند $(x>۰\ ,y>۰)$.

$$\sqrt{x^۲}+\sqrt{y^۲}=|x|+|y|=x+y$$

ب) x مثبت و y منفی است $(x>۰\ ,y<۰)$.

$$\sqrt{x^۲}+\sqrt{y^۲}=|x|+|y|=x-y$$

ج) x منفی و y مثبت است $(x<۰\ ,y>۰)$.

$$\sqrt{x^۲}+\sqrt{y^۲}=|x|+|y|=-x+y$$

د) x و y هر دو منفی هستند $(x<۰\ ,y<۰)$.

$$\sqrt{x^۲}+\sqrt{y^۲}=|x|+|y|=-x-y$$

ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

در سال گذشته برای دو عدد مثبت a و b رابطه‌های زیر را آموختید :

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

به کمک فعالیت زیر می‌توان حدس زد که این روابط چگونه برای ریشهٔ سوم برقرار است.

فعالیت

با توجه به عددهای داده شده a و b جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید. با مقایسهٔ دو ستون آخر جدول چه حدسی می‌زنید؟

$$\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$$

a	$\sqrt[3]{a}$	b	$\sqrt[3]{b}$	ab	$\sqrt[3]{ab}$	$\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$
۸	۲	۱۲۵	۵	۱۰۰۰	۱۰	۲×۵=۱۰
۲۷	۳	$\frac{۱}{۸}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۲۷}{۸}$	$\frac{۳}{۲}$	$۳ \times \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲}$
−۸	−۲	۲۷	۳	−۲۱۶	−۶	$-۲ \times ۳ = -۶$

به‌طور کلی برای هر دو عدد a و b داریم : $\sqrt[3]{ab}=\sqrt[3]{a}\times\sqrt[3]{b}$ ، همچنین اگر $b\neq 0$ داریم :

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

کار در کلاس

۱ــ آیا تساوی زیر برقرار است؟ توضیح دهید.

$$\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{8+27}$$

می‌توانید از استدلال زیر برای بیان نادرست بودن این تساوی استفاده کنید.

«سمت چپ تساوی برابر ۵ است؛ در حالی که سمت راست آن کمتر از ۴ است».

$$\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{27}=2+3=5$$

تساوی برقرار نیست

$$\sqrt[3]{8+27}=\sqrt[3]{35}<\sqrt[3]{64}=4$$

۲ــ در تساوی‌های زیر جاهای خالی را کامل کنید :

$$۳\sqrt[۳]{-۲} \times ۵\sqrt[۳]{۴} = ۱۵\sqrt[۳]{-۸} = ۱۵ \times (-۲) = -۳۰$$

$$\sqrt[۳]{۴} \times \sqrt[۳]{۱۶} = \sqrt[۳]{۶۴} = ۴$$

$$\sqrt[۳]{۲۰} = \sqrt[۳]{۴} \times \sqrt[۳]{۵}$$

$$\sqrt[۳]{۱۲۸} = \sqrt[۳]{۶۴} \times \sqrt[۳]{۲} = ۴\sqrt[۳]{۲}$$

$$\frac{\sqrt[۳]{-۵۴}}{\sqrt[۳]{۲}} = \sqrt[۳]{\frac{-۵۴}{۲}} = \sqrt[۳]{-۲۷} = -۳$$

$$\sqrt[۳]{\frac{۱۲۵}{۶۴}} = \frac{\sqrt[۳]{۱۲۵}}{\sqrt[۳]{۶۴}} = \frac{۵}{۴}$$

شاد باشید