



فصل ۱- درس دوم پایه نهم

کاردر کلاس صفحه ۶

فعالیت صفحه ۶

کاردر کلاس صفحه ۸

فعالیت صفحه ۷

کاردر کلاس صفحه ۱۰

نمایش مجموعه اعداد صفحه ۸

دو مجموعه برابر

فعالیت

۱۰	-۱۰	۱۲
۶	۴	۲
-۴	۱۸	-۲

سطر دوم

۱- جدول عددهای صحیح روبه‌رو را طوری کامل کنید که مجموع عددهای روی هر سطر، هر ستون و هر قطر آن برابر ۱۲ شود؛ سپس مجموعه عددهای سطر دوم جدول را بنویسید و آن را A بنامید. $A = \{۶, ۴, ۲\}$

اکنون مجموعه B را چنان بنویسید که شامل سه عدد زوج متوالی و میانگین عضوهای آن با ۴

$$B = \{۲, ۴, ۶\}$$

برابر باشد. هریک از مجموعه‌های A و B چند عضو دارد؟ سه عضو

آیا هر عضو A در مجموعه B است؟ **بله** آیا هر عضو B در مجموعه A است؟ **بله**

همان طور که ملاحظه کردید، عضوهای دو مجموعه A و B یکسان اند و هر عضو A ، عضوی از B و هر عضو B ، عضوی از A است؛ در این صورت دو مجموعه A و B برابرند و می نویسیم $A = B$.

۲- مجموعه A شامل سه عدد طبیعی متوالی است به طوری که حاصل جمع آنها برابر ۲۷ است. ابتدا

A را با عضوهای آن بنویسید؛ سپس مجموعه‌هایی را مشخص کنید که در زیر معرفی شده و با A برابر است: $A = \{۸, ۹, ۱۰\}$

الف) مجموعه عددهای طبیعی بین ۶ و ۱۰ $B = \{۷, ۸, ۹\}$

ب) مجموعه عددهای طبیعی بزرگ‌تر از ۷ و کوچک‌تر از ۱۱ $C = \{۸, ۹, ۱۰\}$

ج) مجموعه سه عدد طبیعی متوالی که میانگین آنها با ۹ برابر است. $D = \{۸, ۹, ۱۰\}$

همان طور که دیدید، مجموعه $\{۸, ۹, ۱۰\}$ با مجموعه $\{۷, ۸, ۹\}$ برابر نیست؛ زیرا همه عضوهایشان یکسان نیست.

اگر عضوی در A باشد که در B نباشد یا عضوی در B باشد که عضو A نباشد، در این صورت

مجموعه A با B برابر نیست و می نویسیم $A \neq B$.

کار در کلاس

۱- جاهای خالی را در مجموعه‌های زیر طوری پر کنید که مجموعه‌ها برابر باشد:

$$\left\{ \textcircled{5}, -3, \boxed{\frac{2}{5}}, 4, \frac{9}{3} \right\} = \left\{ \boxed{\frac{2}{5}}, \nabla 3, \frac{-\sqrt{144}}{(-2)^2}, 4, \sqrt{25} \right\} \text{ (الف)}$$

$\frac{9}{3}$
 $\frac{-\sqrt{144}}{(-2)^2}$
 $\sqrt{25}$

$\frac{3}{3}$
 $\frac{-12}{4}$
 5

$$\left\{ 7, \frac{4}{10}, \sqrt{\frac{4}{9}}, \boxed{\frac{1}{2}}, -2, \frac{625}{1000} \right\} = \left\{ \boxed{\frac{2}{4}}, \boxed{\frac{2}{5}}, \boxed{-0.5}, \nabla \frac{5}{8}, 7, -2 \right\} \text{ (ب)}$$

$\frac{4}{10}$
 $\sqrt{\frac{4}{9}}$
 $\frac{625}{1000}$
 $\frac{5}{8}$

$\frac{2}{5}$
 $\frac{2}{5}$
 $\frac{625}{1000}$
 $\frac{5}{8}$

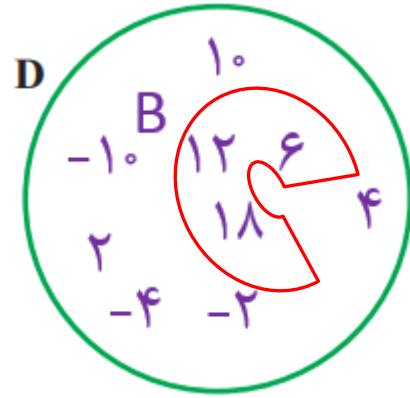
$\frac{2}{5}$
 $\frac{2}{5}$
 $\frac{625}{1000}$
 $\frac{5}{8}$

۲- دو مجموعه به نام‌های A و B مانند سؤال بالا طرح کنید. پاسخ خود را با دوستانتان مقایسه کنید. باز پاسخ

$$\left\{ 9, \frac{14}{2}, 2^3 \right\} = \{ 7, 8, 9 \}$$

فعالیت

۱۰	-۱۰	۱۲
۶	۴	۲
-۴	۱۸	-۲



مجموعه عددهای جدول فعالیت قبل را D بنامید؛ سپس عضوهای مجموعه D را در نمودار ون روبه‌رو بنویسید:

$$D = \{10, -10, 12, 6, 4, 2, -4, 18, -2\}$$

در نمودار بالا، عضوهایی را که بر ۳ بخش پذیر است، با یک منحنی بسته مشخص کنید و B بنامید.

مجموعه B را بنویسید. $B = \{6, 12, 18\}$ آیا هر عضو B ، عضوی از D نیز هست؟ بله

در مجموعه D ، عددهای زوج را مشخص کنید و آن را C بنامید؛ آیا $D = C$ ؟ بله

$$C = \{-10, -4, -2, 2, 4, 6, 10, 12, 18\}$$

همان طور که دیدید، عضوهای مجموعه B همگی در D هست؛ یعنی هر عضو B ، عضوی از D است؛ در این صورت مجموعه B زیرمجموعه D است و می نویسیم $B \subseteq D$.

آیا مجموعه C زیرمجموعه D است؟ **بله**

با توجه به تعریف زیر مجموعه، واضح است که هر مجموعه، زیر مجموعه خودش هست؛ یعنی اگر A مجموعه‌ای دلخواه باشد، داریم: $A \subseteq A$.

$$D = \{10, -10, 12, 6, 4, 2, -4, 18, -2\}$$

اکنون زیرمجموعه‌ای از D را مشخص کنید که عضوهای آن عددهای فرد باشد؛ نام دیگر این مجموعه چیست؟ $\{ \}$ **مجموعه تهی**

آیا عبارت $\{10, 4, -6, 2\} \subseteq D$ درست است؟ چرا؟ **خیر** چون عدد -6 در مجموعه D نیست.

اگر بتوانیم عضوی در B بیابیم که در A نباشد، می‌گوییم B زیر مجموعه A نیست و می‌نویسیم $B \not\subseteq A$.

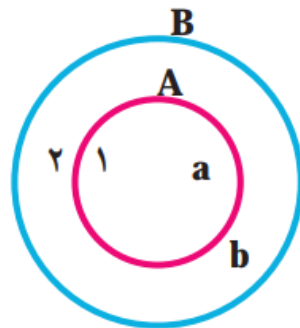
آیا در مجموعه تهی عضوی هست که در مجموعه دلخواهی مانند A نباشد؟ خیر

مجموعه تهی زیر مجموعه هر مجموعه‌ای دلخواه مانند A است؛ یعنی؛ $\emptyset \subseteq A$.

مثال : دلیل درستی رابطه‌های زیر مشخص شده است.

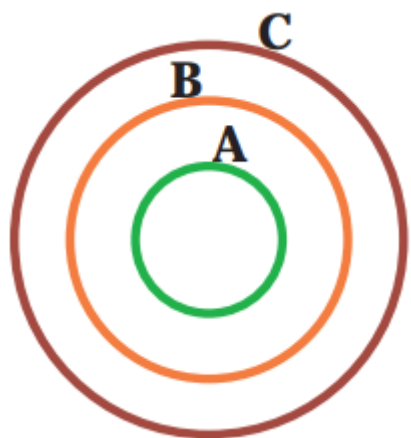
(الف) $\{a,b,d\} \not\subseteq \{a,b,c,e\}$ ؛ زیرا در مجموعه سمت چپ، d هست که در مجموعه سمت راست نیست.

(ب) $\{-1,0,1,3\} \subseteq \{4,3,0,1,-1,2\}$ ؛ زیرا هر عضو مجموعه سمت چپ، عضوی از مجموعه سمت راست است.



$A \subseteq B, B \not\subseteq A$

(ج) با توجه به شکل مقابل $A \subseteq B$ درست است؛ زیرا همهٔ عضوهای A در B قرار دارند و $B \not\subseteq A$ درست است؛ زیرا عضوی در B مانند 2 می‌توان یافت که در A وجود ندارد.



۱- با توجه به نمودار مقابل، دلیل درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر

را مشخص کنید: $C \not\subseteq A \checkmark$, $B \subseteq A \times$, $A \not\subseteq C \times$

$A \subseteq B \checkmark$, $B \subseteq C \checkmark$, $\emptyset \subseteq A \checkmark$

۲- مجموعه‌های A، B و C را در نظر بگیرید؛ سپس درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را

مشخص کنید (با ذکر دلیل):

$$A = \{1, 3, 6, 4\} \quad , \quad B = \{5, 1, 3\} \quad , \quad C = \{2, 5, 1, 3, 6\}$$

$$B \not\subseteq A \checkmark$$

$$3 \subseteq B \times$$

$$A \subseteq B \times$$

$$B \subseteq C \checkmark$$

$$A \not\subseteq C \checkmark$$

چون در B عدد 5 هست که در A نیست

3 زیر مجموعه B نیست.

چون در A عدد 4 و 6 هست

چون همه عضوهای B در C هست

چون در A عدد 4 هست که در C نیست

3 عضو B است.

که در B نیست

$$A = \{1, 3, 6, 4\} \quad , \quad B = \{5, 1, 3\} \quad , \quad C = \{2, 5, 1, 3, 6\}$$

$$2 \in A \quad \times \quad \{1, 4\} \in A \quad \times \quad 6 \notin A \quad \times \quad \{5, 6\} \subseteq C \quad \checkmark \quad 5 \in C \quad \checkmark \quad \emptyset \subseteq A \quad \times$$

عدد ۲ در A وجود ندارد.

{۱ و ۴} عضو A نیست.

۶ عضو A است.

۵ و ۶ عضو C هستند

۵ عضو C هست

عدد \emptyset زیر مجموعه A نیست.

زیرمجموعه A است.

۳- همهٔ زیرمجموعه‌های $A = \{a, b, c\}$ در زیر نوشته شده است:

$$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$$

{ }

مانند نمونه، تمام زیرمجموعه‌های هر یک از مجموعه‌های زیر را بنویسید:

(ب) $\{a, b, c, d\}$

$\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}$

الف) مجموعهٔ عددهای طبیعی بین ۹ و ۱۲ $A = \{10, 11\}$

زیر مجموعه‌ها:

$\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$

$\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}$

$\{a, b, c, d\}$

نکته:

$\{ \}$ و $\{10\}$ و $\{11\}$

تعداد زیر مجموعه: $2^4 = 16$

تعداد زیر مجموعه: 2^n

تعداد زیر مجموعه: $2^2 = 4$

$\{10, 11\}$

n تعداد عضوهای مجموعه

نمایش مجموعه‌های اعداد

در سال‌های گذشته با عددهای طبیعی آشنا شده‌اید؛ از این عددها برای شمارش استفاده می‌کنیم. مجموعه عددهای طبیعی را با \mathbb{N} نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

تاکنون نمایش مجموعه‌ها را با عضوها و نمودار وِن آموخته‌اید. یک روش دیگر برای نمایش مجموعه‌ها استفاده از نمادهای ریاضی است؛ برای مثال: مجموعه عددهای طبیعی زوج $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ را در نظر بگیرید. می‌دانیم عضوهای این مجموعه خاصیت مشترکی دارد؛ یعنی همگی آنها مضرب ۲، است و از قبل می‌دانیم که هر عدد زوج طبیعی به صورت $2k$ قابل نمایش است که در آن $k \in \mathbb{N}$ ، پس می‌نویسیم:

$$E = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$$

و می‌خوانیم E برابر است با مجموعه عددهایی به شکل $2k$ به طوری که k متعلق به مجموعه عددهای طبیعی است. در مجموعه E علامت « \mid » خوانده می‌شود: «به طوری که».

در زیر چند مجموعه را با نمادهای ریاضی نوشته‌ایم :

الف) مجموعه عددهای طبیعی فرد : $O = \{2k - 1 | k \in \mathbb{N}\}$

ب) $A = \{7, 8, 9, 10\}$ یا $A = \{x \in \mathbb{N} | 7 \leq x \leq 10\}$ یا $A = \{x \in \mathbb{N} | 6 < x < 11\}$

ج) زیرمجموعه‌ای از \mathbb{N} که عضوهای آن همگی بر ۳ بخش پذیر است : $\{3k | k \in \mathbb{N}\}$

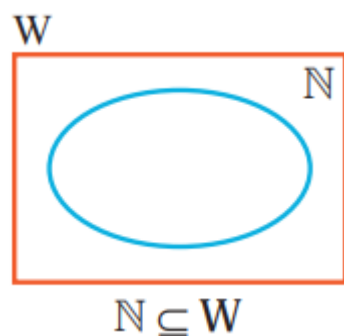
مثال : مجموعه $A = \{5n + 3 | n \in \mathbb{N}\}$ را با عضوهایش مشخص کنید :

برای این منظور جدول زیر را کامل کنید و در هر مرحله به جای n یک عدد طبیعی در $5n + 3$ قرار دهید.

n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	...
$5n + 3$	$\underbrace{5(1) + 3}_8$	$\underbrace{5(2) + 3}_{13}$	$\underbrace{5(3) + 3}_{18}$	$\underbrace{5(4) + 3}_{23}$	$\underbrace{5(5) + 3}_{28}$	$\underbrace{5(6) + 3}_{33}$	$\underbrace{5(7) + 3}_{38}$...

بنابراین داریم : $A = \{8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, \dots\}$

مجموعه عددهای حسابی را با W نمایش می دهند: $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

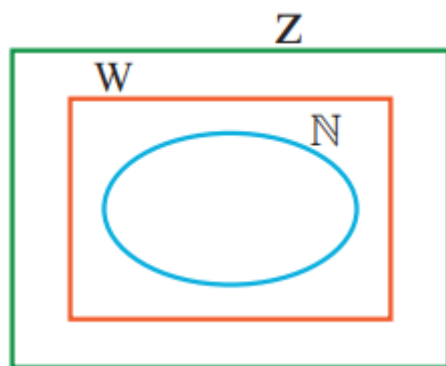


مجموعه عددهای حسابی را می توان با نمادهای ریاضی به صورت $W = \{k - 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$ نوشت.

هر عدد طبیعی یک عدد حسابی است؛ یعنی $N \subseteq W$

مجموعه عددهای صحیح را با \mathbb{Z} نمایش می دهیم:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$



همه عددهای طبیعی و حسابی، عضو \mathbb{Z} هم هستند؛ پس: $N \subseteq W \subseteq \mathbb{Z}$

مجموعه‌های زیر را با عضوها مشخص کنید :

مجموعه‌های زیر را با عضوها مشخص کنید : الف) مجموعه عددهای صحیح فرد $E = \{ \dots, -3, -1, +1, +3, \dots \}$

ب) $A = \{-5, -4, -3, -1, +1, +3, +4\}$ $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -5 \leq x < 5\}$

ج) $B = \{ \dots, -4, -1, 2, 5, 8, 11, \dots \}$ $B = \{3k + 2 | k \in \mathbb{Z}\}$

۴- مجموعه عددهای گویا را با Q نمایش می‌دهیم. چون اولین عدد گویای بزرگ‌تر از هر عدد گویا

مشخص نیست، نمی‌توان این مجموعه را با عضوها مشخص کرد؛ به همین دلیل مجموعه عددهای

گویا را با نمادهای ریاضی تعریف می‌کنیم : $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$

توجه کنید که هر عدد صحیح، عددی گویا است؛ یعنی برای هر عدد صحیح a داریم : $a = \frac{a}{1}$ ،

در نتیجه $\mathbb{Z} \subseteq Q$.

شاد باشید