

خرداد و ۱۳۹۵  
مژد

- (آ) مجموعه‌ای که ۳ عضو داشته باشد، ۹ زیرمجموعه دارد. ×
- (ب) مجموعه‌ی اعداد طبیعی بین ۷ و ۸، مجموعه‌ی تهی می‌باشد. ✓
- (پ) عبارت گویای  $\frac{a-2}{a^2-2}$  به‌ازای  $a=2$  تعریف نشده است. ×
- (ت) اگر کره‌ای را با یک صفحه برش دهیم، سطح بریده شده دایره است. ✓

- (آ) شیب خط  $y = -4x + 3$  برابر با  $-4$  می‌باشد.
- (ب) از دوران (  $360$  درجه ) یک نیم‌دایره حول قطر آن **کره** به وجود می‌آید.
- (پ) به استدلالی که موضوع موردنظر را به درستی نتیجه بدهد **اثبات** می‌گوئیم.
- (ت) درجه‌ی یک جمله‌ای  $-7x^2y$  نسبت به متغیرهای  $x$  و  $y$  برابر **۳** می‌باشد.

گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید.

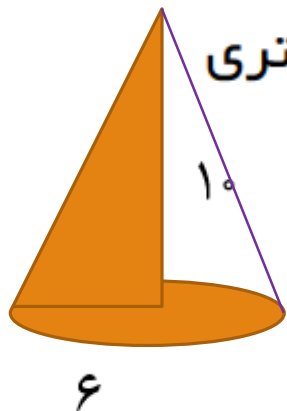
(آ) حجم هرم مربع‌القاعده‌ای به اضلاع قاعده‌ی  $a$  و ارتفاع  $b$  کدام است؟

$$\frac{1}{3}ab^2 \quad (۱) \quad \frac{1}{3}a^2b \quad (x) \quad \frac{ab}{3} \quad (۳) \quad \frac{a^2b^2}{3} \quad (۴)$$

(ب) اگر کره‌ای در استوانه محاط شده بیاشد، قطر کره همواره با کدام یک از گزینه‌های زیر مساوی نمی‌باشد؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \text{ ارتفاع استوانه} & (۲) \text{ قطر قاعده‌ی استوانه} \\ (۳) \text{ فاصله دو قاعده‌ی استوانه} & (x) \text{ نصف محیط قاعده‌ی استوانه} \end{array}$$

مثلت قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائم ۱۰ و ۶ سانتی‌متر را حول ضلع ۱۰ سانتی‌متری دوران می‌دهیم، حجم حاصل را به دست آورید.



قاعده دایره ای است به شعاع ۶  $S = 6 \times 6 \times \pi = 36\pi \text{ cm}^2$

$$V = \frac{Sh}{3} = \frac{36\pi \times 10}{3} = 120\pi \text{ cm}^3$$

اگر مجموعه‌های  $A$  و  $B$  به صورت مقابل باشند:

$$A = \{5, 6, 7\} \quad B = \{6, 8, 10, 12\}$$

مجموعه‌ی  $A - B$  را با نوشتن اعضاء نمایش دهید.

$$A - B = \{5, 7\}$$

آ) مجموعه‌ی  $F$  را روی محور اعداد نمایش دهید.

$$F = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 3\}$$



$$\sqrt{8} \in F$$

ب) در داخل مربع علامت  $\in$  یا  $\notin$  قرار دهید.

از بین عضوهای مجموعه‌ی  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 9\}$  عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد این عدد اول باشد؟

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

اعداد اول: ۲ و ۳ و ۵ و ۷

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

حاصل عبارت مقابل را به ازای  $a = 4$  و  $b = -5$  به دست آورید. ۸

$$|-7 + a| + |1 - 2b| = |-7 + 4| + |1 - 2 \times (-5)| = |-3| + |1 + 10| = 3 + 11 = 14$$

جاهای خالی را با علامت ( $<=>$ ) کامل کنید. ۹

$$(0.5)^{-2} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = 4$$

$$(0.5)^{-2} \boxed{=} 4$$

منفی

$$(-2)^6 > -2^6$$

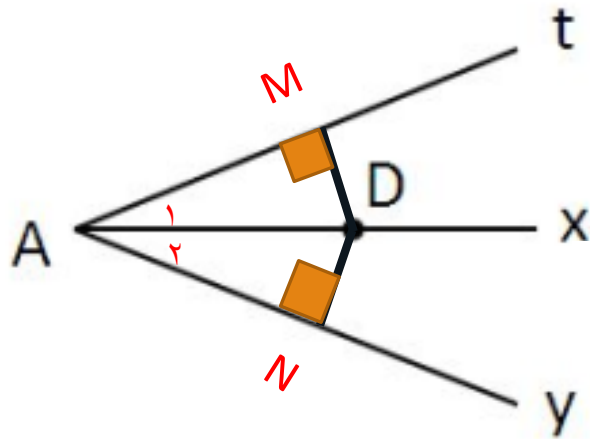
منفی

$$\frac{\sqrt[3]{-54}}{\sqrt[3]{2}} \boxed{<} 3$$

$$0.5 \times 10^2 > 5 \times 10^{-2}$$

در شکل مقابل  $Ax$  نیمساز زاویه  $tAy$  می‌باشد. ثابت کنید فاصله‌ی نقطه‌ی  $D$  از

دو ضلع زاویه‌ی  $tAy$  به یک اندازه است.

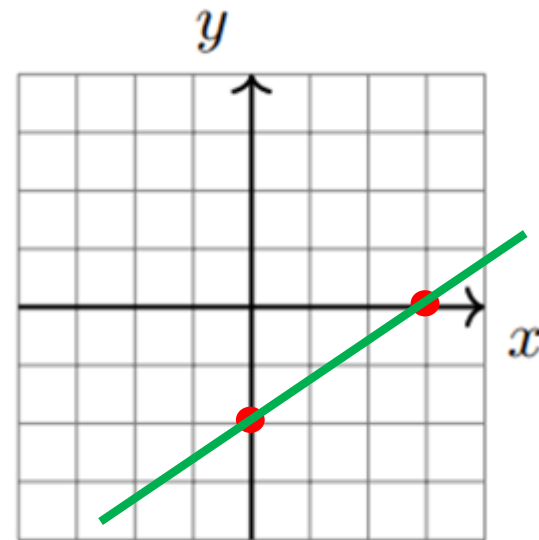


$$\left. \begin{array}{l} \widehat{M} = \widehat{N} = 90^\circ \\ AD = AD \text{ ضلع مشترک} \\ \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \text{ نیمساز} \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l} \text{وز} \\ \Rightarrow \triangle AMD = \triangle AND \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{اجزای متناظر} \\ \Rightarrow MD = ND \end{array}$$

|| خط  $y = \frac{2}{3}x - 2$  را در دستگاه مختصات رسم کنید.

روش اول: پیدا کردن دونقطه و رسم خط



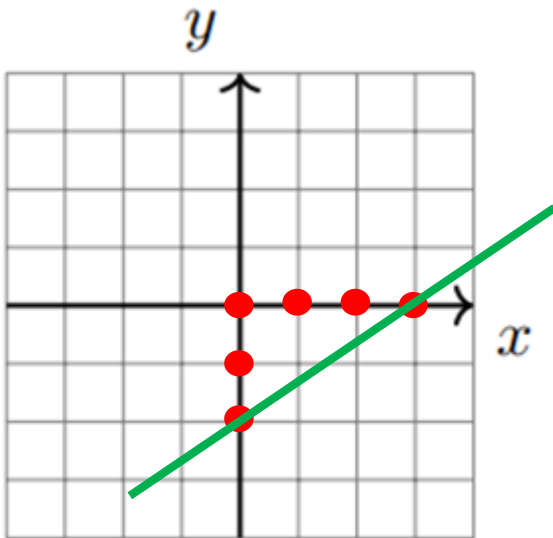
$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

روش دوم: با استفاده از شیب و عرض از مبدا

شیب:  $\frac{2}{3}$

عرض از مبدا: -2



آ) حاصل عبارت را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(a - 7)^2 = a^2 + 2 \times a \times (-7) + (-7)^2 = a^2 - 14a + 49$$

ب) عبارت مقابل را به کمک اتحاد تجزیه کنید.

$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$$

حاصل هر یک را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$3^{10} \times 27^{-2} = 3^{10} \times (3^3)^{-2} = 3^{10} \times 3^{-6} = 3^4$$

$$\left(\frac{45}{28}\right)^4 \times \left(\frac{15}{14}\right)^{-2} = \left(\frac{45}{28}\right)^4 \times \left(\frac{14}{15}\right)^2 = \left(\frac{\overset{3}{\cancel{45}} \times \overset{1}{\cancel{14}}}{\underset{2}{\cancel{28}} \times \underset{1}{\cancel{15}}}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

(آ) حاصل عبارت مقابل را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$\sqrt{12}(5\sqrt{3} + \sqrt{12}) = 5\sqrt{36} + 12 = 30 + 12 = 42$$

(ب) مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

$$\frac{12}{\sqrt[3]{2}} = \frac{12 \times \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2^2}} = \frac{12\sqrt[3]{4}}{2} = 6\sqrt[3]{4}$$

(آ) مختصات نقطه‌ی  $M$  از خط  $y = 2x - 3$  را پیدا کنید که طول آن ۴ باشد.

$$\begin{array}{l} [4] \quad y = 2(4) - 3 \\ [5] \quad y = 8 - 3 = 5 \end{array}$$

(ب) آیا نقطه‌ی  $E = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \end{bmatrix}$  روی خط  $y = 2x - 3$  قرار دارد؟ **خیر**

$$7 \neq 2(-2) - 3$$

$$7 \neq -4 - 3$$

$$7 \neq -7$$

مجموعه جواب نامعادله‌ی مقابل را به دست آورید.

$$3(2x - 5) < 6 - x$$

$$6x - 15 < 6 - x$$

$$6x + x < 6 + 15$$

$$7x < 21 \rightarrow x < 3$$

$$D = \{x \in R \mid x < 3\}$$

آ) معادله‌ی خطی را بنویسید که از دو نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} 2 \\ -7 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} +2 \\ +3 \end{bmatrix}$  بگذرد.  $x = 2$

ب) معادله‌ی خطی را بنویسید که با خط  $y = -4x + 3$  موازی باشد و از نقطه‌ی

$$y = -4x + b$$

$$5 = -4(-1) + b$$

$$5 = +4 + b$$

$$1 = b$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ بگذرد.}$$

$$y = -4x + 1$$

با توجه به دستگاه مقابل مقدار  $x$  و  $y$  را به دست آورید.

$$-2 \times \begin{cases} x - 3y = 7 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x + 6y = -14 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$5y = -10 \rightarrow y = -2$$

$$\begin{aligned} 2x - y &= 4 \\ 2x - (-2) &= 4 \\ 2x + 2 &= 4 \\ 2x &= 4 - 2 \\ 2x &= 2 \rightarrow x = 1 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

حاصل هر یک از عبارتهای گویا را به ساده‌ترین صورت بنویسید. (مخرج تمام کسرها مخالف صفر می‌باشد).

$$\frac{a+5}{2a} \times \frac{a^2}{a^2-25} = \frac{\cancel{a+5}}{2\cancel{a}} \times \frac{a^{\cancel{2}}}{(a-5)(\cancel{a+5})} = \frac{a}{2(a-5)} = \frac{a}{2a-10}$$

$$\frac{2x+7}{x-2} + \frac{2x-3}{2-x} = \frac{2x+7}{x-2} - \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2x+7-\cancel{(2x-3)}}{x-2} = \frac{10}{x-2}$$

حاصل هر یک از عبارتهای گویا را به ساده‌ترین صورت بنویسید. (مخرج تمام کسرها مخالف صفر می‌باشد).

$$\frac{a+5}{2a} \times \frac{a^2}{a^2-25} = \frac{\cancel{a+5}}{2\cancel{a}} \times \frac{a^{\cancel{2}}}{(a-5)(\cancel{a+5})} = \frac{a}{2(a-5)} = \frac{a}{2a-10}$$

$$\frac{2x+7}{x-2} + \frac{2x-3}{2-x} = \frac{2x+7}{x-2} - \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2x+7-\cancel{(2x-3)}}{x-2} = \frac{10}{x-2}$$

خارج قسمت و باقیمانده‌ی تقسیم  $2x^2 - 9x + 5$  بر  $2x - 3$  را به دست آورید.

$$\begin{array}{r}
 \cancel{2x^2} - 9x + 5 \quad | \quad 2x - 3 \\
 \underline{- \cancel{2x^2} + 3x} \phantom{+ 5} \\
 -6x + 5 \\
 \underline{- \phantom{-} 6x + 9} \\
 \phantom{-} 4
 \end{array}$$

(آ) آیا هر دو لوزی دلخواه متشابه هستند؟ **خیر**

(ب) مقیاس یک نقشه  $\frac{1}{1000}$  است. فاصله‌ی دو نقطه روی نقشه  $\frac{4}{5}$  سانتی‌متر می‌باشد. فاصله‌ی این دو نقطه در طبیعت (اندازه‌ی واقعی) چند سانتی‌متر است؟

$$\frac{\text{نقشه}}{\text{زمین}} = \frac{1}{1000} = \frac{4/5}{x}$$

$$x = 4/5 \times 1000 = 4500 \text{ cm}$$

شاد باشید