

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

صفحه ۱۱۴ تا ۱۱۶

فصل ۷ - درس چهارم پایه هشتم

فعالیت



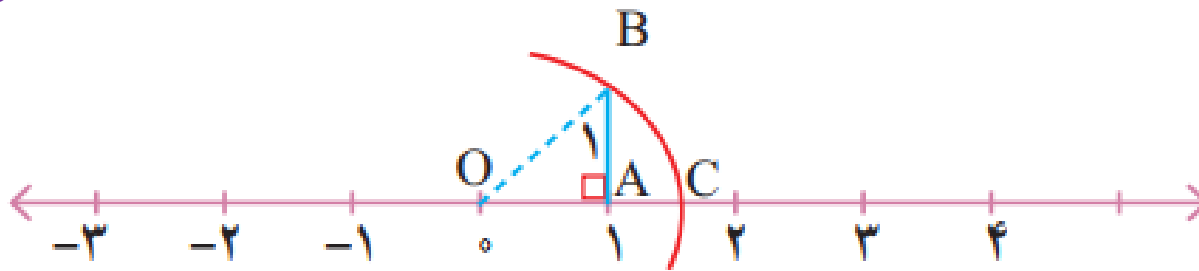
در درس گذشته مقدار $\sqrt{2}$ را هم به صورت تقریبی و هم به کمک ماشین حساب محاسبه کردید.

در این فعالیت با نمایش $\sqrt{2}$ روی محور اعداد آشنا می شویم. محور عددهای زیر را در نظر بگیرید. مثلث OAB یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین به ضلع ۱ است.

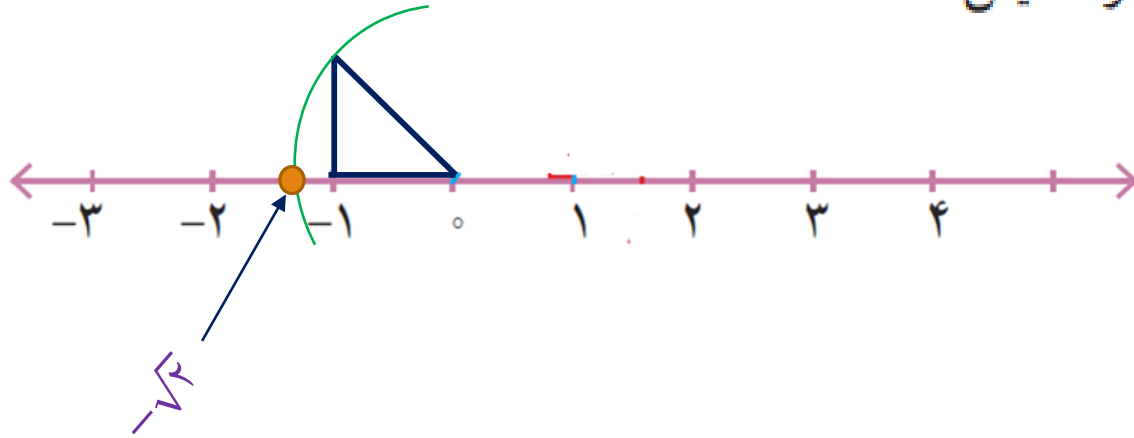
به مرکز O و شعاع OB کمانی می زنیم تا محور اعداد را در نقطه C قطع کند. طول

پاره خط OC چقدر است؟ $\sqrt{2}$ چرا نقطه C ، عدد $\sqrt{2}$ را نمایش می دهد؟ چون مثلث OAB قائم الزاویه است طبق رابطه فیثاغورس طول OB برابر $\sqrt{2}$ است.

و چون OB و OC هر دو شعاع یک دایره می باشند با هم برابرند.



به همین روش، نقطه‌ای را روی محور بالا معین کنید که عدد $-\sqrt{2}$ را نمایش دهد.



چون عدد $-\sqrt{2}$ می باشد، یک واحد از مبدا به سمت چپ رسم می کنیم.

یک واحد هم به صورت عمودی بالا می رویم.

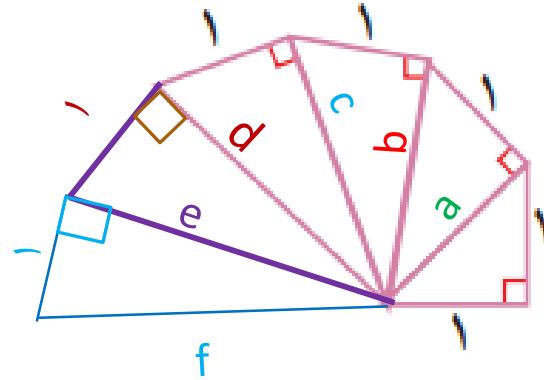
وتر مثلث قائم الزاویه را رسم می کنیم.

وتر رسم شده طبق رابطه فیثاغورس $\sqrt{2}$ است.

سوزن پرگار را روی نقطه صفر گذاشته و دهانه پرگار را به اندازه وتر باز می کنیم و کمانی می زنیم.

محل برخورد کمان با محور همان نقطه $-\sqrt{2}$ است.

در شکل زیر، تعدادی مثلث قائم الزاویه رسم شده است. در هر یک از این مثلث‌ها طول یک ضلع زاویه قائمه ۱ واحد است. طول وترهای این مثلث‌ها به ترتیب $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{4}$ ، $\sqrt{5}$ است. چرا؟ به دلیل رابطه فیثاغورس



آیا می‌توانید به همین ترتیب پاره‌خطی به طول $\sqrt{6}$ و $\sqrt{7}$ رسم کنید؟ چگونه؟

یک واحد عمود بر d رسم می‌کنیم.
وتر e را رسم می‌کنیم وتر $\sqrt{6}$ است.

یک واحد عمود بر e رسم می‌کنیم. و وتر f را رسم می‌کنیم وتر f عدد $\sqrt{7}$ را نشان می‌دهد

$$\begin{aligned} a^2 &= 1^2 + 1^2 \\ a^2 &= 1 + 1 = 2 \\ a &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b^2 &= \sqrt{2}^2 + 1^2 \\ b^2 &= 2 + 1 = 3 \\ b &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

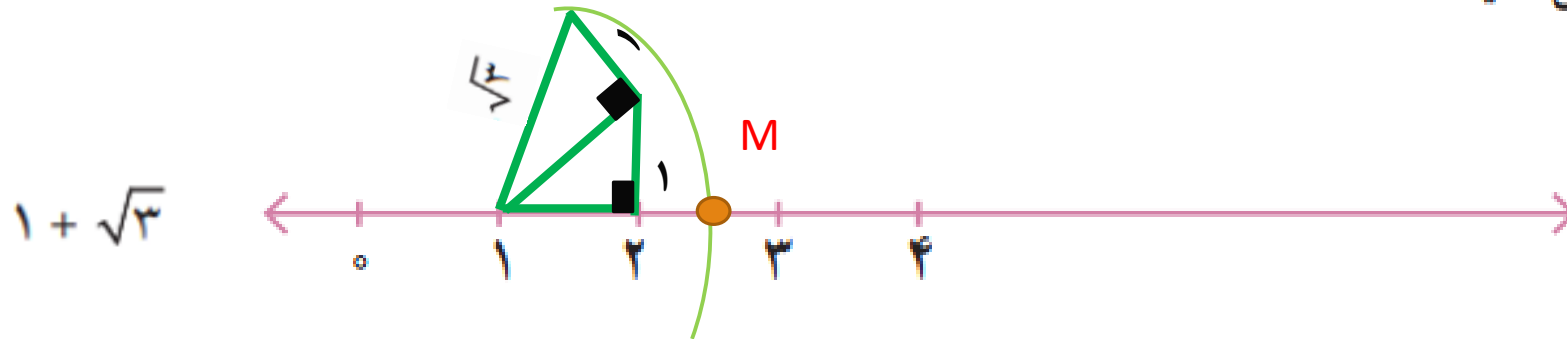
$$\begin{aligned} c^2 &= \sqrt{3}^2 + 1^2 \\ c^2 &= 3 + 1 = 4 \\ c &= \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d^2 &= 2^2 + 1^2 \\ d^2 &= 4 + 1 = 5 \\ d &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e^2 &= \sqrt{5}^2 + 1^2 \\ e^2 &= 5 + 1 = 6 \\ e &= \sqrt{6} \end{aligned}$$

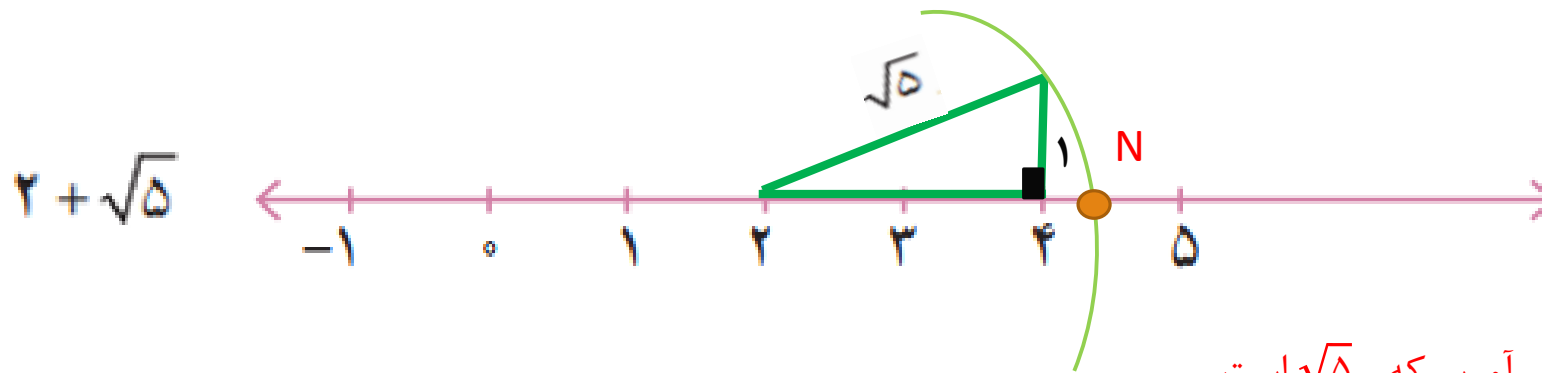
$$\begin{aligned} f^2 &= \sqrt{6}^2 + 1^2 \\ f^2 &= 6 + 1 = 7 \\ f &= \sqrt{7} \end{aligned}$$

از شکل داده شده استفاده کنید. دهانه پرگار را به اندازه $\sqrt{3}$ و $\sqrt{5}$ باز کنید و عددهای $1 + \sqrt{3}$ و $2 + \sqrt{5}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.



از نقطه $1 + \sqrt{3}$ ابتدا رادیکال دو درست می کنیم .
حالا رادیکال سه را درست می کنیم .
دقت کنید چون عدد مثبت است به سمت راست می رویم

سوزن پرگار را روی عدد یک می گذاریم و به اندازه وتر یعنی $\sqrt{3}$ باز می کنیم و کمانی می زنیم نقطه M نقطه مورد نظر است .



ابتدا از نقطه $2 + \sqrt{5}$ دو واحد سمت راست رسم می کنیم .
حالا یک واحد به صورت عمودی بالا می رویم .

وتر را رسم می کنیم و با رابطه فیثاغورس وتر را بدست می آوریم که $\sqrt{5}$ است .

سوزن پرگار را روی عدد ۲ می گذاریم و به اندازه وتر یعنی $\sqrt{5}$ باز می کنیم و کمانی می زنیم نقطه N نقطه مورد نظر است .

کار در کلاس

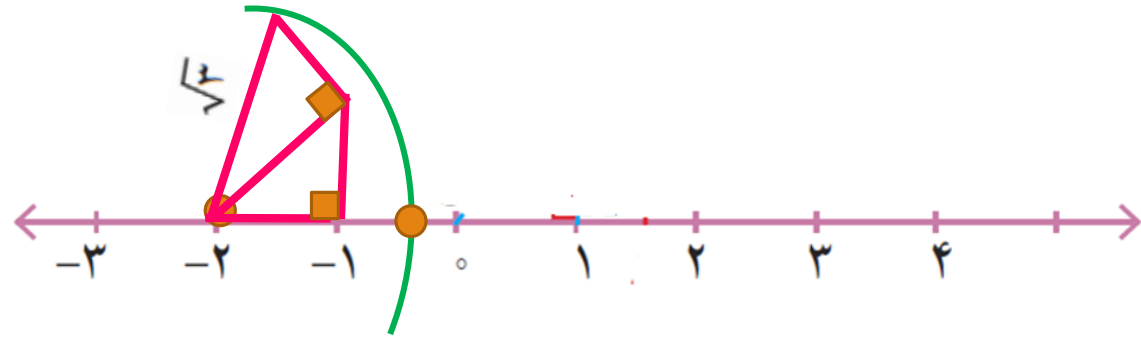


عدد $\sqrt{3}-2$ را روی محور اعداد نمایش دهید.

برای نمایش عدد $\sqrt{3}-2$ روی محور از تساوی $\sqrt{3}-2 = -2 + \sqrt{3}$ استفاده کنید.



به دلیل خاصیت جابه جایی جمع



اول عدد صحیح را می نویسیم چون پیدا کردن عدد صحیح روی محور راحت است.

فعالیت



با توجه به عددهای داده شده a و b ، مانند نمونه جدول زیر را کامل کنید. با مقایسه دو ستون آخر جدول، چه حدسی می‌زنید؟ حدس خود را بعد از حل جدول می‌گوییم.

a	\sqrt{a}	b	\sqrt{b}	ab	\sqrt{ab}	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
۴	۲	۹	۳	۳۶	۶	۶
۹	۳	۱۶	۴	۱۴۴	۱۲	۱۲
۴	۲	۱۶	۴	۶۴	۸	۸
۲۵	۵	۴	۲	۱۰۰	۱۰	۱۰

آیا می‌توانید حدس خود را به صورت یک عبارت کلامی بیان کنید؟
_____ جذر حاصل ضرب دو عدد برابر است با ضرب جذر آن‌ها است.

$$\sqrt{ab} = (\sqrt{a})(\sqrt{b})$$

اگر a و b دو عدد مثبت باشند، داریم:

به کمک جدول بالا، درستی یا نادرستی رابطه را بررسی کنید.

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

در اسلاید بعدی

a	\sqrt{a}	b	\sqrt{b}	ab	\sqrt{ab}	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
۴	۲	۹	۳	۳۶	۶	۶
۹	۳	۱۶	۴	۱۴۴	۱۲	۱۲
۴	۲	۱۶	۴	۶۴	۸	۸
۲۵	۵	۴	۲	۱۰۰	۱۰	۱۰

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{۴+۹} \neq \sqrt{۴} + \sqrt{۹}$$

$$\sqrt{۱۳} \neq ۲ + ۳$$

$$\sqrt{۳۶} \neq ۵$$

همانطور که در رابطه روبرو دیده می شود .
در جمع (جمع و تفریق) این رابطه درست نیست .

کار در کلاس



۱- در تساوی‌های زیر، جاهای خالی را پر کنید.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{14} = \sqrt{7} \times \sqrt{2}$$

$$\sqrt{16 \times 25} = \sqrt{16} \times \sqrt{25} = 4 \times 5 = 20$$

$$\sqrt{18} \times \sqrt{2} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{200} = \sqrt{100} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

۲- کدام یک از عبارتهای زیر، درست و کدام نادرست است؟

$$\checkmark \sqrt{50} = 5 \times \sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} = 25$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5 \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

۳- مانند نمونه، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{20} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$



جدول زیر را برای عددهای مثبت a و b کامل کنید. مقادیرهای دو سطر آخر را با هم مقایسه کنید و تساوی به دست آمده را به شکل یک قانون کلی بنویسید.

a	۱۶	۲۵	۱	۴۹
b	۹	۳۶	۱۰۰	۶۴
$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\sqrt{\frac{۱۶}{۹}} = \frac{۴}{۳}$	$\sqrt{\frac{۲۵}{۳۶}} = \frac{۵}{۶}$	$\sqrt{\frac{۱}{۱۰۰}} = \frac{۱}{۱۰}$	$\sqrt{\frac{۴۹}{۶۴}} = \frac{۷}{۸}$
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\frac{\sqrt{۱۶}}{\sqrt{۹}} = \frac{۴}{۳}$	$\frac{\sqrt{۲۵}}{\sqrt{۳۶}} = \frac{۵}{۶}$	$\frac{\sqrt{۱}}{\sqrt{۱۰۰}} = \frac{۱}{۱۰}$	$\frac{\sqrt{۴۹}}{\sqrt{۶۴}} = \frac{۷}{۸}$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$b \geq ۰$$

قانون کلی :
 جذر تقسیم دو عدد برابر است با تقسیم جذرهای آن ها
 به زبان ریاضی :

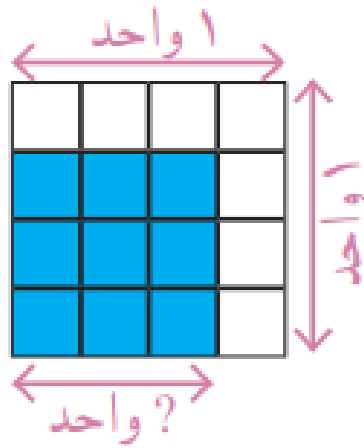
کار در کلاس



۱- با استفاده از شکل روبه‌رو، درستی رابطه

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$
 را بررسی کنید.

۲- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.



با توجه به شکل مساحت مربع رنگی $\frac{9}{16}$ مساحت کل است. پس نسبت ضلع‌ها $\frac{3}{4}$ است.

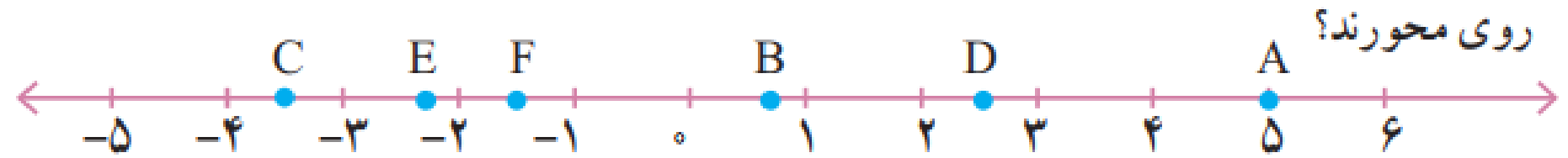
$$-\sqrt{\frac{1}{144}} = -\frac{1}{12}$$

$$\sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$$

$$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

$$-\sqrt{\frac{1}{49}} = -\frac{1}{7}$$

۳- به صورت تقریبی مشخص کنید که عددهای داده شده نظیر کدام یک از نقاط مشخص شده



$$\sqrt{6/25}$$



$$2/5$$



D

$$\sqrt{\frac{9}{16}}$$



$$\frac{3}{4}$$



B

$$\sqrt{25}$$



$$5$$



A

$$-\sqrt{5}$$



$$-2/2$$



E

$$-\sqrt{\frac{9}{4}}$$



$$-\frac{3}{2}$$



F

$$-\sqrt{12/5}$$



$$-3/5$$



C