

## درس چهارم همنهشتی مثلث های قائم الزاویه

فعالیت صفحه ۹۶

کاردر کلاس صفحه ۹۶

فعالیت صفحه ۹۷

کاردر کلاس صفحه ۹۷

فعالیت صفحه ۹۸

### مثلث

### فصل ۶

قُلْ سِيرُوا فِي الْأَرْضِ فَانظُرُوا كَيْفَ بَدَأَ الْخَلْقَ ... (سوره عنكبوت، آیه ۲۰)

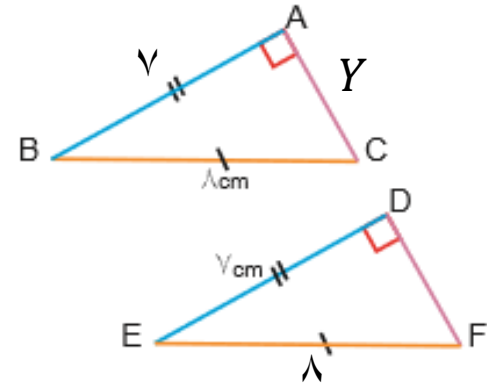
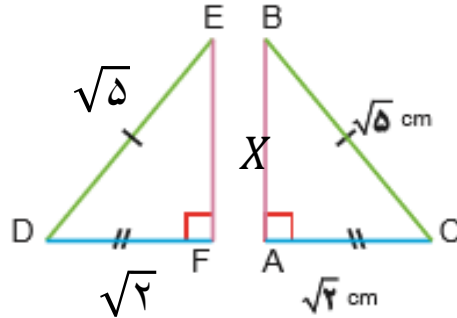


## هم نهشتی مثلث‌های قائم الزاویه

### فعالیت



۱- در هر قسمت، وتر و یک ضلع از مثلث قائم الزاویه ABC با وتر و یک ضلع از مثلث قائم الزاویه DEF برابر است.



اندازه ضلع سوم هر یک از مثلث‌ها را پیدا کنید.

آیا در هر قسمت، سه ضلع مثلث ABC با سه ضلع مثلث DEF مساوی است؟ بله

آیا این دو مثلث با یکدیگر هم نهشت‌اند؟ در چه حالتی؟ بله، سه ضلع (ض، ض، ض)

۲- می‌دانیم وتر و یک ضلع از مثلث قائم الزاویه‌ای با وتر و یک ضلع از مثلث قائم الزاویه

دیگری برابر است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که این دو مثلث با یکدیگر هم نهشت‌اند؟ چرا؟ توضیح دهید.

بله زیرا در مثلث قائم الزاویه اگر دو ضلع با هم برابر باشند ضلع سوم نیز با استفاده از رابطه فیثاغورث به دست می‌آید که در دو مثلث با هم برابر است

$$X^2 = \sqrt{5}^2 - \sqrt{2}^2$$

$$X^2 = 5 - 2 = 3$$

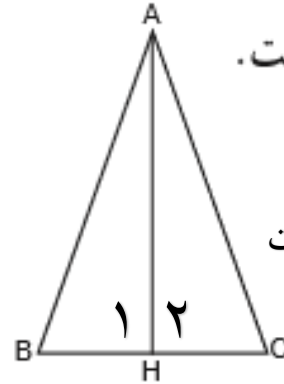
$$X = \sqrt{3}$$

$$Y^2 = 8^2 - 7^2$$

$$Y^2 = 64 - 49 = 15$$

$$Y = \sqrt{15}$$

## کاردر کلاس



۱- پاره خط  $AH$ ، ارتفاع وارد بر قاعده مثلث متساوی الساقین  $ABC$  است.

چرا مثلث‌های ایجاد شده با یکدیگر هم نهشت‌اند؟

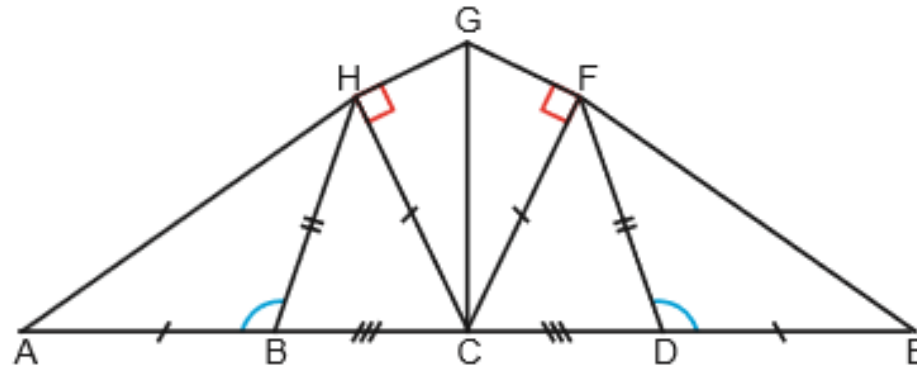
زیرا  $H_1 = H_2 = 90^\circ$  ارتفاع وارد بر  $BC$  است  
ساق‌های مثلث متساوی الساقین  $AB = AC$

وض

$$\Rightarrow ABH \cong AHC$$

۲- با توجه به علامت‌های شکل زیر، مثلث‌های هم نهشت را پیدا کنید و بنویسید. حالت

هم نهشتی هر جفت مثلث را بیان کنید.



$$HBA \cong FDE$$

ض ز ض

$$HBC \cong FCD$$

ض ض ض

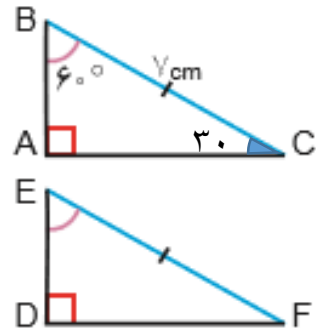
$$HGC \cong FGC$$

وض

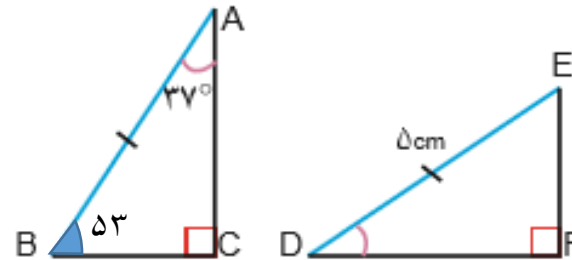


۱- در هر قسمت، وتر و یک زاویه تند از مثلث قائم‌الزاویه ABC با وتر و یک زاویه تند از مثلث قائم‌الزاویه DEF برابر است.

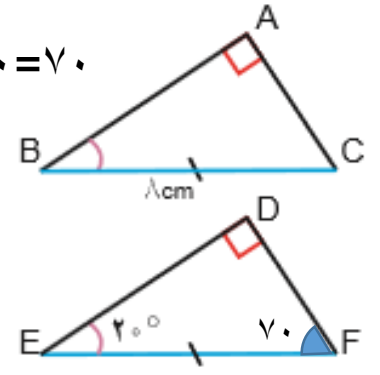
$$90 - 60 = 30$$



$$90 - 37 = 53$$



$$90 - 20 = 70$$



زاویه دیگر هر یک از مثلث‌ها را پیدا کنید.

آیا در هر قسمت، دو مثلث با یکدیگر هم‌نهشت‌اند؟ در چه حالتی؟ بله، وتر و یک زاویه تند

۲- وتر و یک زاویه تند از مثلث قائم‌الزاویه‌ای با وتر و یک زاویه تند از مثلث قائم‌الزاویه دیگری

برابر است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که این دو مثلث با یکدیگر هم‌نهشت‌اند؟ چرا؟ توضیح دهید. بله زیرا در مثلث قائم‌الزاویه یک زاویه ۹۰ درجه است و زاویه

دوم هم داریم و می‌توانیم زاویه سوم را به دست آوریم (با استفاده از اینکه مجموع زوایای داخلی یک مثلث ۱۸۰ درجه است) و چون وتر و تمام زاویه‌ها در دو مثلث با هم برابر است پس به حالت (ز ض ز) دو مثلث هم‌نهشت می‌شوند.

دو حالت دیگر برای هم‌نهشتی دو مثلث قائم‌الزاویه:

● برابری وتر و یک زاویه تند

یا به اختصار (وز)

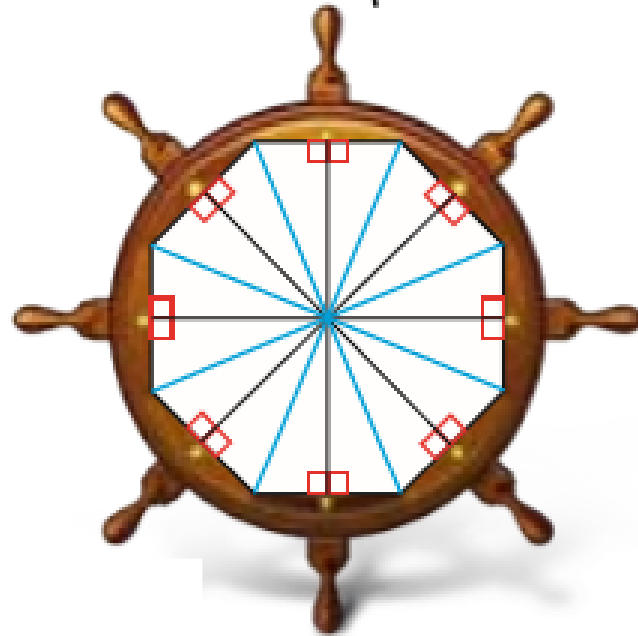
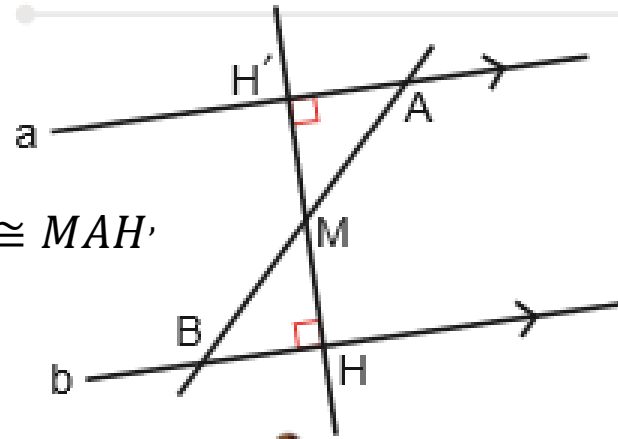
● برابری وتر و یک ضلع

یا به اختصار (وض)

## کاردر کلاس



$$\left. \begin{array}{l} AM = MB \\ B = A \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وز}} BMH \cong MAH'$$



۱- از نقطه  $M$ ، وسط پاره خط  $AB$  بر دو خط موازی  $a$  و  $b$  عمود رسم کرده ایم.  
دو مثلث ایجاد شده به چه حالتی با یکدیگر هم نهشت اند؟

۲- در شکل روبه رو، هر شاتزده زاویه کوچک وسط شکل با هم مساوی و هشت پاره خط آبی نیز با هم مساوی اند.

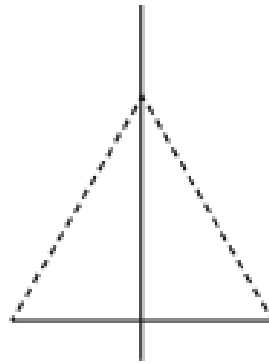
شاتزده مثلث قائم الزاویه شکل مقابل به چه حالتی هم نهشت اند؟

پاره خط های آبی همان وتر است و زاویه وسط تند است پس به حالت وتر و یک زاویه تند همه ی مثلث ها با هم هم نهشت هستند.

## فعالیت



شادی و مهتاب داشتند یک کتاب هندسه را مطالعه می کردند که به این جمله برخوردند :



«هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط

از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.»

۱- مهتاب پرسید : «چرا این جمله درست است؟»

شادی سعی کرد مثالی برای درستی آن جمله پیدا کند.

او پاره خطی کشید و عمود منصف آن را رسم کرد. نقطه ای را روی آن در نظر گرفت و فاصله

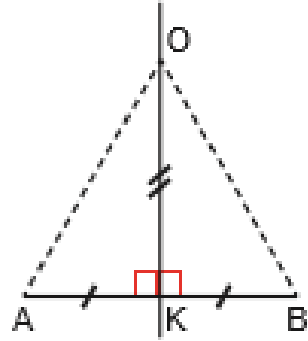
آن نقطه را از دو سر پاره خط اندازه گرفت؛ فاصله ها مساوی بود.

(یادآوری : فاصله دو نقطه از هم برابر طول پاره خطی است که آن نقاط را به هم وصل می کند.)

فکر می کنید شادی توانسته است دلیلی برای درستی جمله مورد نظر بیاورد؟

خیر زیرا شادی فقط برای یک نقطه ثابت کرده و همچنین اندازه گیری با خطا همراه است

۲- مهتاب گفت: «از کجا بفهمیم این جمله در مورد همهٔ نقاط روی عمود منصف درست است؟»



شادی سعی کرد دلیلی برای درستی آن جمله پیدا کند.

او به شکلی که کشیده بود نگاه کرد. آن را مانند

شکل رو به رو علامت گذاری کرد و گفت: «برای همهٔ نقاط روی عمود منصف AB، مانند نقطهٔ

O، زاویهٔ K زاویه‌ای قائمه است. (چرا؟)» زیرا نقطه O روی پاره خط OK و پاره خط OK عمود AB است

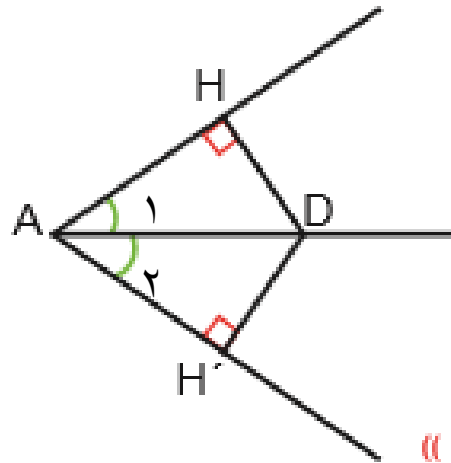
همچنین  $AK=KB$  (چرا؟) OK هم ضلع مشترک دو مثلث است؛ پس  $\triangle AOK \cong \triangle BOK$  (در

چه حالتی؟) زیرا OK منصف AB است. به حالت (ض ز ض)

و در نتیجه  $OA=OB$  (چرا؟)» زیرا دو مثلث همنهشت اند پس تمام اجزای آنها با هم برابر است.

فکر می‌کنید این بار شادی توانسته است برای درستی جملهٔ مورد نظر دلیلی بیاورد؟ بله

۳- برای درستی جمله زیر دلیل بیاورید :



$$\left. \begin{array}{l} A_1 = A_2 \\ AD \text{ مشترک} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{وز} \\ \Rightarrow \end{array} ADH \cong ADH' \Rightarrow DH = DH'$$

«هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.»

(یادآوری: فاصله یک نقطه از یک خط، برابر طول پاره خطی است که از آن نقطه بر آن خط عمود می شود.)