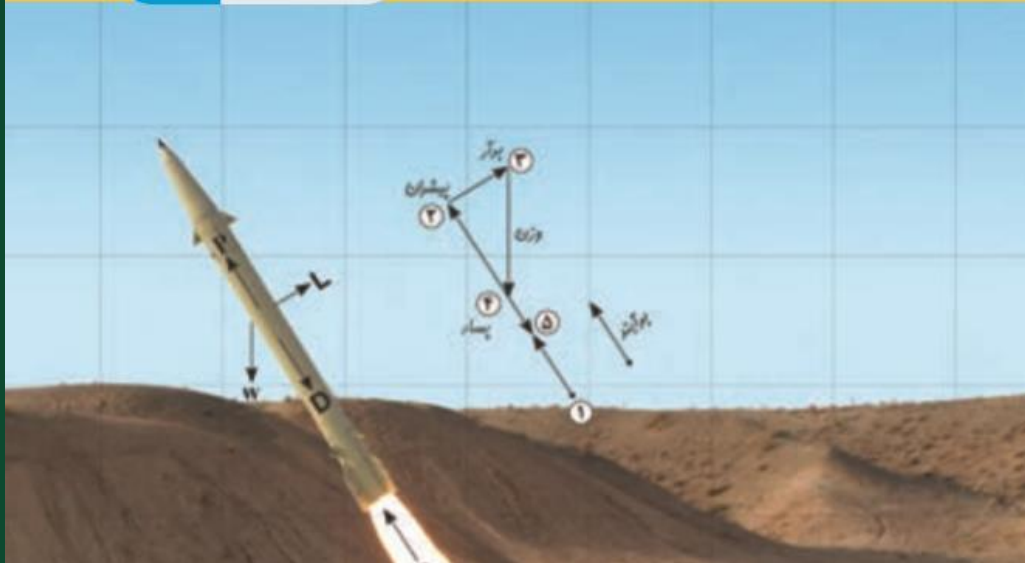


۵

فصل

بردار و مختصات



## درس اول: جمع بردار ها

فعالیت صفحه ۷۰

کاردر کلاس صفحه ۷۱

فعالیت صفحه ۷۱

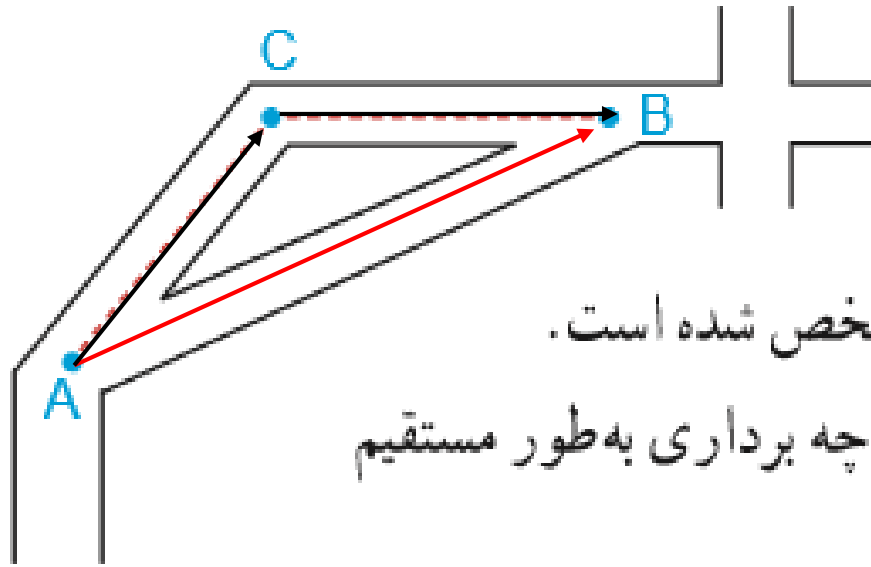
کاردر کلاس صفحه ۷۲

فعالیت صفحه ۷۳

جمع بردارها



فعالیت

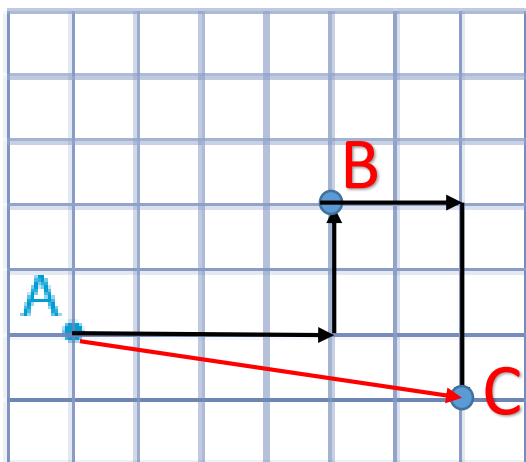


۱- شخصی در نقطه A ایستاده است.

مسیر حرکت او برای رسیدن به نقطه B در شکل مشخص شده است.

این مسیر را با دو بردار نشان دهید. این شخص با چه برداری به طور مستقیم

به نقطه B می‌رسد؟ آن را رسم کنید. **AB**



۲- روباتی فقط به صورت افقی یا عمودی حرکت می کند.

این روبات اکنون روی نقطه A است. با فرمان  $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$  ابتدا ۴ واحد به سمت راست (افقی) و سپس ۲ واحد به سمت بالا (عمودی) حرکت می کند. نقطه جدید را B نام گذاری کنید.

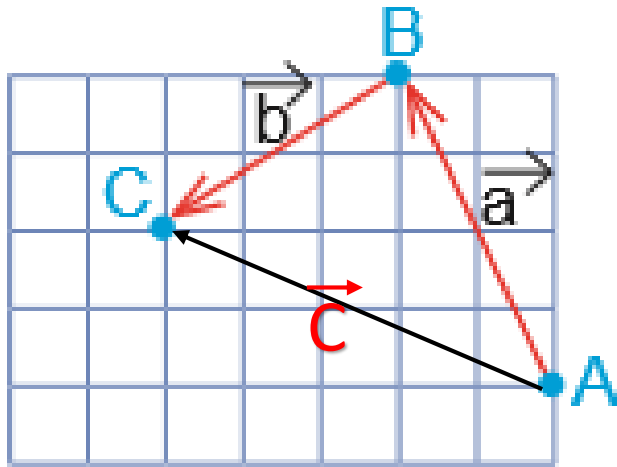
روبات ما با فرمان  $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$  از B به نقطه C می رسد.

$$\begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

با چه فرمانی به طور مستقیم از نقطه A به C می رسد؟

۳- نقطه A ابتدا با بردار انتقال a به نقطه B و سپس با بردار انتقال b به نقطه C منتقل شده است. نقطه A با چه برداری به طور مستقیم به نقطه

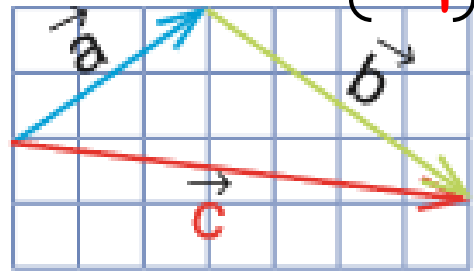
C منتقل می شود؟

$$\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$$


نام آن را بردار c بگذارید. آیا می توانیم بگوییم بردار c کارِ دو بردار انتقال a و b را انجام می دهد؟ بله به بردار c بردار **برایند** یا **حاصل جمع** می گویند.

$$a = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$



$$c = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$$

۴- مختصات بردارهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  را بنویسید. آیا بردار  $c$  با جمع دو بردار  $a$  و  $b$  برابر است؟ به ابتدا و انتهای بردارهای  $a$  و  $b$  توجه کنید. برداری که از ابتدای  $\vec{a}$  به انتهای  $\vec{b}$  رسم می‌شود (بردار  $c$ ) برابر است با  $\begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$ .....

در فعالیت ۲ مشاهده کردید که نتیجه جمع دو بردار  $a$  و  $b$ ، بردار  $c$  است؛ بنابراین، می‌توان یک

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} \text{ به صورت تساوی برداری را نوشت.}$$

با توجه به تساوی  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  می‌توان مختصات بردار  $c$  را از **تساوی مختصاتی** زیر به دست

$$\begin{matrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{a} + \vec{b} \\ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} & + \begin{bmatrix} z \\ t \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} x+z \\ y+t \end{bmatrix} \end{matrix}$$

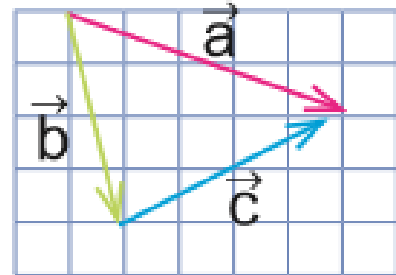
آورد:

# کار در کلاس

در فعالیت قبل دیدید که اگر دو بردار  $a$  و  $b$  به صورتی باشند که ابتدای  $b$  در انتهای  $a$  قرار گیرد برای رسم حاصل جمع یا برابری این دو بردار می توانیم برداری از ابتدای بردار  $a$  به انتهای بردار  $b$  رسم کنیم.

$$b + c = a$$

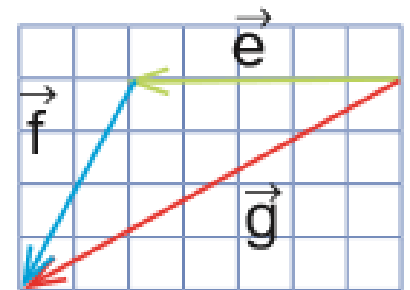
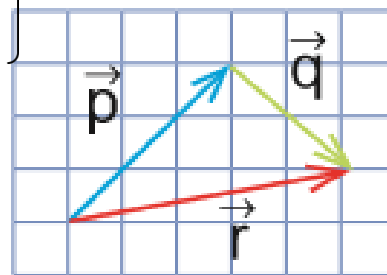
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$



ابتدا مشخص کنید کدام بردار، حاصل جمع دو بردار دیگر است؛ سپس برای هر شکل، یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.

$$p + q = r$$

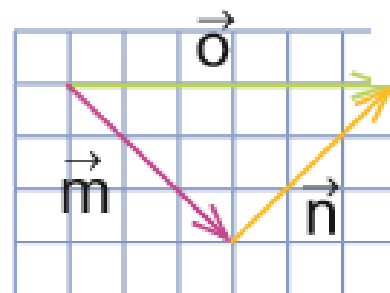
$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$



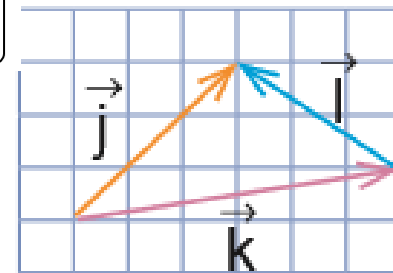
$$e + f = g$$

$$m + n = o$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \end{pmatrix}$$

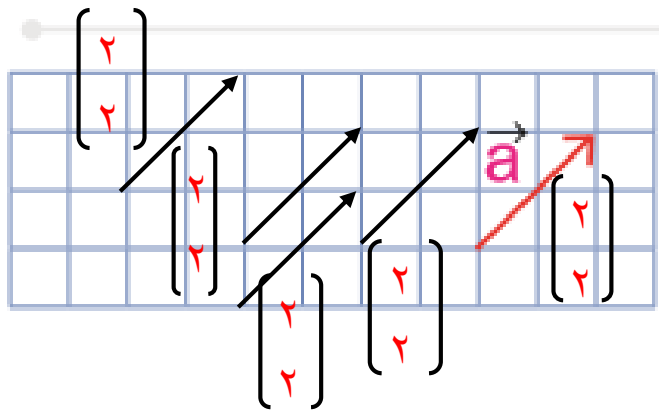


$$k + l = j$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$



# فعالیت

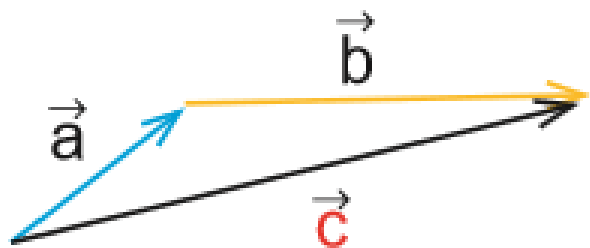


۱- چهار بردار مساوی بردار  $a$  رسم کنید و مختصات همه بردارها را بنویسید.



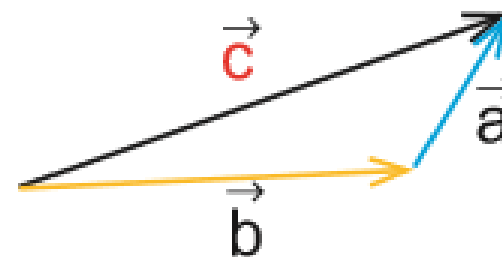
۲- با توجه به اینکه بردارهای مساوی را می توان از نقطه های شروع مختلف رسم کرد، می خواهیم حاصل جمع بردارهای  $a$  و  $b$  را رسم کنیم.

راه حل های این دو دانش آموز را توضیح دهید.



امیر

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

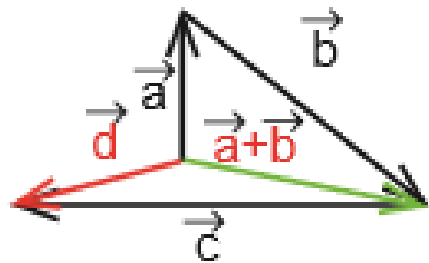


رضا

$$\vec{b} + \vec{a} = \vec{c}$$

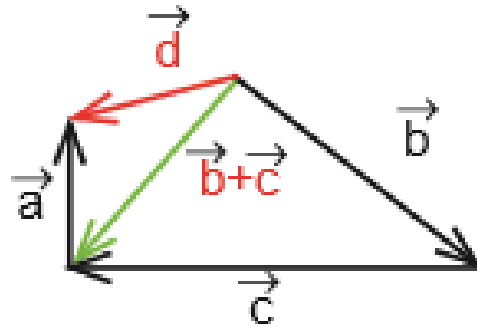
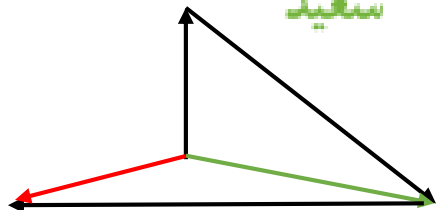
۳- دانش آموزان برای پیدا کردن جمع سه بردار، راه حل های زیر را ارائه کرده اند. هر کدام

را توضیح دهید.



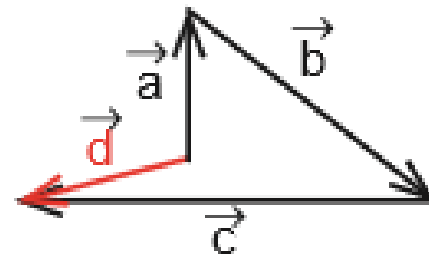
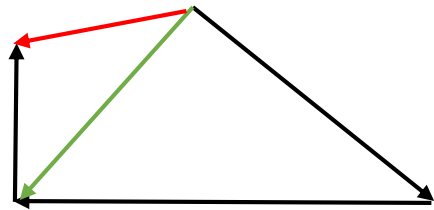
$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$$

سعید



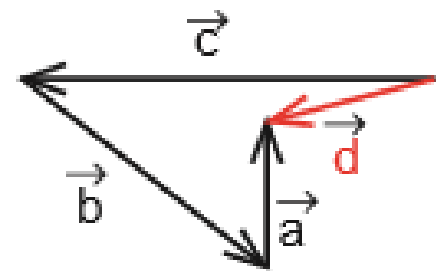
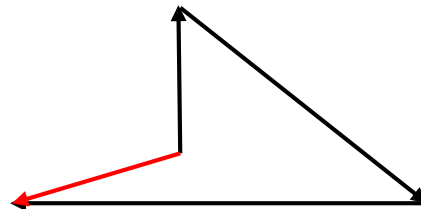
$$\vec{b} + \vec{c} + \vec{a} = \vec{d}$$

محمد



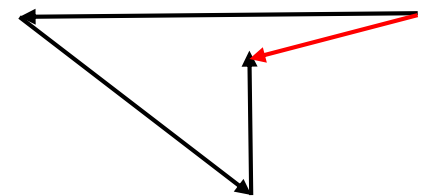
$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$$

حمید

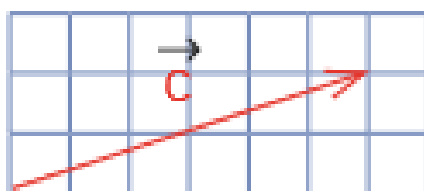
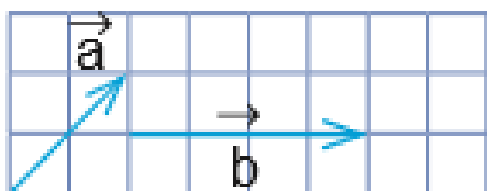


$$\vec{c} + \vec{b} + \vec{a} = \vec{d}$$

رضا

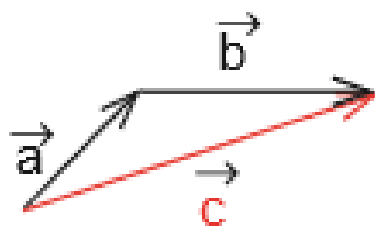


۴- راه‌حل‌های دانش‌آموزان برای پیدا کردن جمع دو بردار  $a$  و  $b$  را مشاهده و مقایسه کنید.

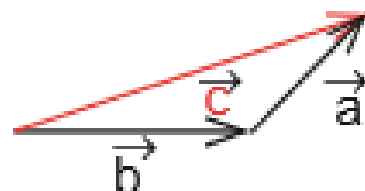


$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$$

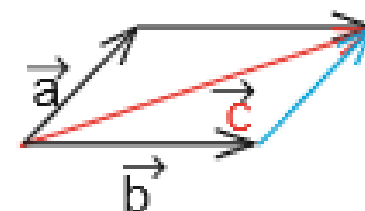
سمانه



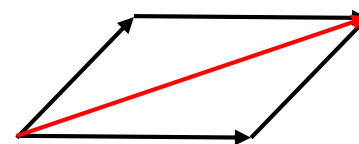
فاطمه



زهرا



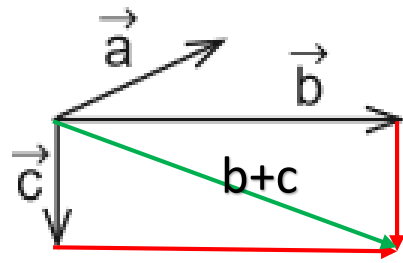
مریم



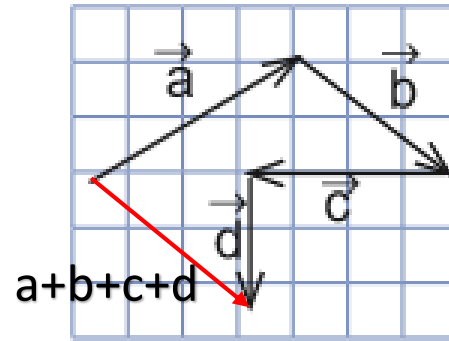
# کار در کلاس



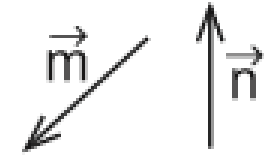
۱- حاصل جمع بردارهای زیر را رسم کنید.



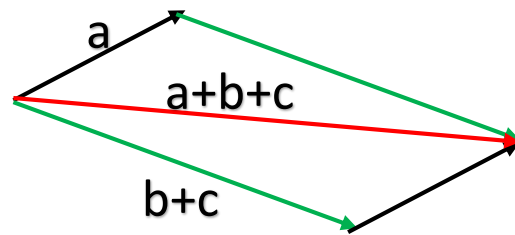
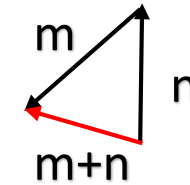
روش متوازی الضلاع

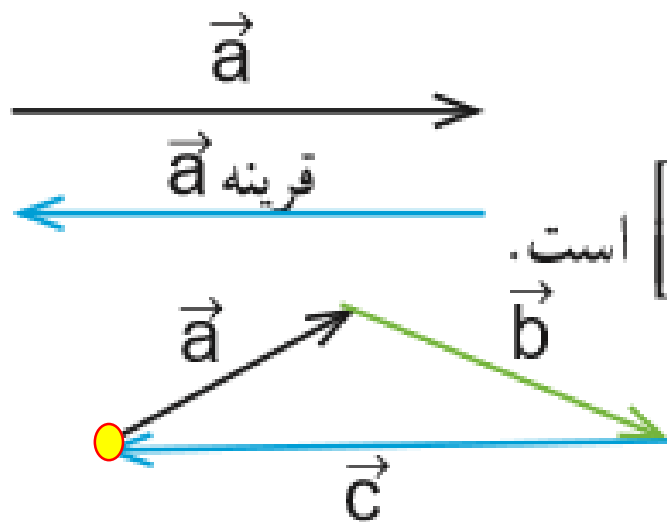


روش مثلثی



روش مثلثی





۲- جمع دو بردار قرینه، برابر بردار صفر است.

بردار صفر را به صورت  $\vec{0}$  نشان می‌دهیم و مختصات آن  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  است. حاصل جمع بردارهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  چیست؟ چرا؟

صفر زیرا ابتدای بردار اولی با انتهای بردار آخری یک نقطه است

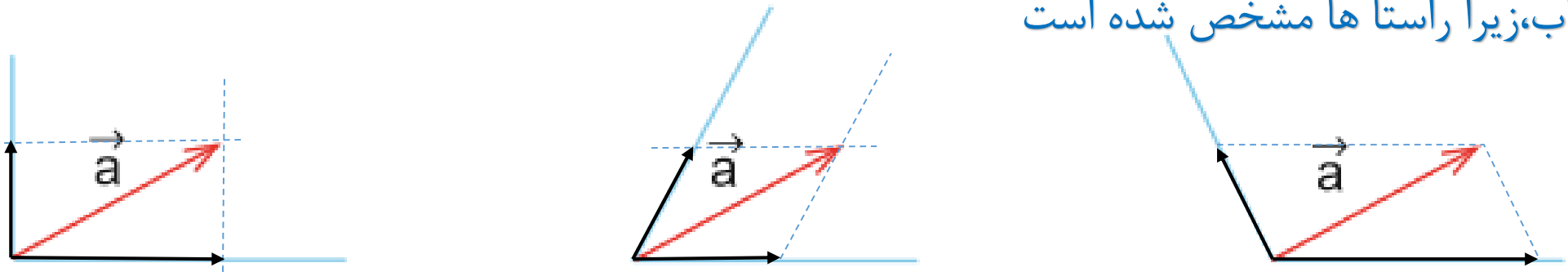
هرگاه یک دور کامل بزنیم و به نقطه شروع برگردیم برآیند بردارها صفر است

## فعالیت



۱- دو بردار در راستاهای آبی رنگ رسم کنید که جمع آنها بردار  $a$  باشد. به این کار **تجزیه بردار** می گویند. چند پاسخ مختلف می توان به دست آورد؟ چرا؟

یک جواب، زیرا راستاها مشخص شده است



ابتدا موازی محور های آبی از انتهای بردار قرمز رسم میکنیم سپس از ابتدای بردار قرمز بر روی محور آبی تا جایی که توسط محور های موازی قطع شده رسم میکنیم

۲- مختصات دو بردار را که حاصل جمعشان بردار  $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  باشد، بنویسید.

پاسخ خود را با پاسخ‌های دوستانتان مقایسه کنید. به کمک هم، سه پاسخ مختلف دیگر

بنویسید. فکر می‌کنید این مسئله چند پاسخ دارد؟ **بیشمار**

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$