



۱- حاصل جمع پنج عدد متوالی طبیعی ۶۵ شده است. عدد وسط چه عددی است؟
 پنج دانش آموز این مسئله را با راهبردهای مختلف حل کرده اند. راه حل هر کدام را کامل کنید

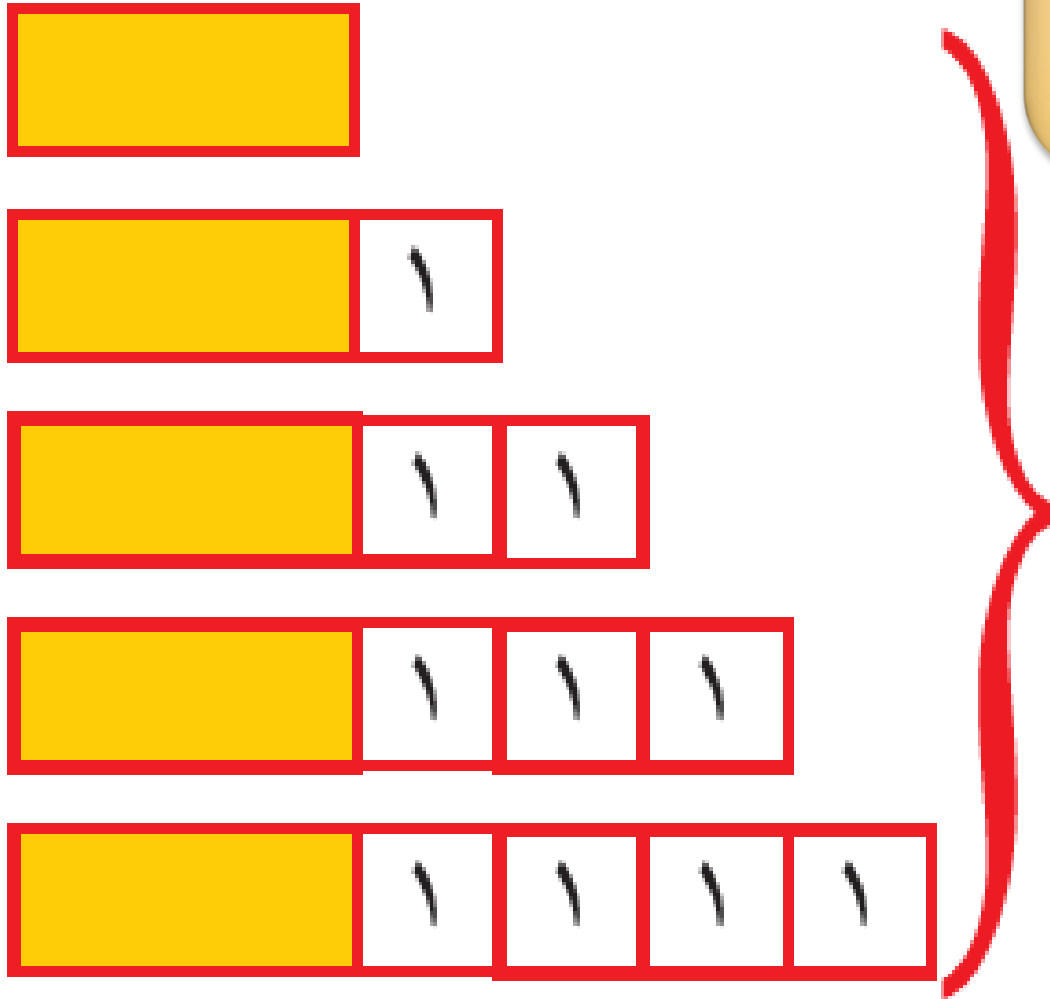
و توضیح دهید.

در این روش ، عدد اول جدول را حدس می زند و چون اعداد متوالی هستند، اعداد دیگر بدست می آیند و حدس زدن تا جایی ادامه دارد که مجموع اعداد به ۶۵ برسد.

راه حل سمیه : راهبرد حدس و آزمایش

عدد اول	عدد دوم	عدد سوم	عدد چهارم	عدد پنجم	حاصل جمع
۵	۶	۷	۸	۹	۳۵
۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۴۵
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۶۵

اولین عدد بصورت می باشد. چون اعداد متوالی هستند. هر عدد با اضافه کردن یک واحد به عدد قبل خود بوجود می آید و سپس مجموع اعداد را بصورت زیر نوشته است.



$$65 \rightarrow 5 \text{ } + 10 = 65$$

برای پیدا کردن از روش حدس و آزمایش استفاده می کند.

اولین عدد بصورت \bigcirc می باشد. چون اعداد متوالی هستند. هر عدد با اضافه کردن یک واحد به عدد قبل خود بوجود می آید و سپس مجموع اعداد را بصورت زیر نوشته است.

عدد اول عدد دوم عدد سوم عدد چهارم عدد پنجم

$$\bigcirc + (\bigcirc + 1) + (\bigcirc + 2) + (\bigcirc + 3) + (\bigcirc + 4) = 65$$

پس از ساده کردن عبارت داریم

$$5\bigcirc + 10 = 65$$

عدد وسطی را در تساوی بالا مشخص کنید.

برای پیدا کردن عدد \bigcirc از روش حدس و آزمایش عدد ۱۱ بدست می آید. و با جاگذاری عدد ۱۱ در $(\bigcirc + 2)$ عدد وسط را بدست می آوریم.
عدد وسطی $11 + 2 = 13$ بدست آید.

راه حل مهدیه : راهبرد تشکیل معادله

فعالیت

اولین عدد بصورت متغیر x در نظر گرفته است. چون اعداد متوالی هستند. هر عدد با اضافه کردن یک واحد به عدد قبل خود بوجود می آید و سپس مجموع اعداد را بصورت زیر نوشته است.

عدد پنجم عدد چهارم عدد سوم عدد دوم عدد اول

$$x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) = 65$$

پس از ساده
کردن عبارت
داریم

$$5x + 10 = 65$$

برای پیدا کردن x باید معادله را حل کنیم.

راه حل فرشته : راهبرد تشکیل معادله

فعالیت

عدد وسط را بصورت متغیر x در نظر گرفته است. چون اعداد متوالی هستند. اختلاف هر عدد با عدد قبل و بعد از خودش یک است، مجموع اعداد را بصورت زیر نوشته است.

$$\begin{array}{ccccccc} & & \text{عدد وسط} & & & & \\ & & \text{عدد وسط} & & & & \\ (\cancel{x-2}) & + & (\cancel{x-1}) & + & \text{X} & + & (\cancel{x+1}) & + & (\cancel{x+2}) & = & 65 \end{array}$$

پس از ساده کردن عبارت داریم

$$5x = 65$$

برای پیدا کردن x باید معادله را حل کنیم.

تفاوت راه‌حل‌های فرشته و مهدیه را توضیح دهید.

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) = 65$$

راه‌حل مهدیه: راه‌برد تشکیل معادله

$$(x-2) + (x-1) + x + (x+1) + (x+2) = 65$$

راه‌حل فرشته: راه‌برد تشکیل معادله

هر دو معادله تشکیل دادند، با این تفاوت که مهدیه عدد اول را x گرفته و فرشته عدد وسط را x گرفته است.

۲- مهدیه با توجه به آنچه سال گذشته آموخته بود، معادله خود را به صورت زیر حل کرد:

$$\begin{array}{l}
 5x + 10 = 65 \\
 \downarrow -10 \\
 5x + 10 - 10 = 65 - 10 \\
 5x = 55 \\
 \downarrow \times \frac{1}{5} \\
 \frac{1}{5} \times 5x = \frac{1}{5} \times 55 \\
 x = 11
 \end{array}$$

یادآوری

۱- به دو طرف یک معادله می توان یک عدد را اضافه کرد.

۲- دو طرف یک معادله را می توان در عددی غیر صفر ضرب یا بر عددی غیر صفر تقسیم کرد.

معلم راه حل مهدیه را به صورت زیر خلاصه کرد. توضیح دهید در این روش معنی پیکان‌ها چیست؟

$$5x + 10 = 65$$

اگر یک عدد را از یک طرف دیگر معادله به طرف دیگر معادله انتقال دهیم علامت آن قرینه می شود.

$$5x = 65 - 10$$

$$5x = 55 \rightarrow x = \frac{55}{5} = 11$$

طرفین معادله بر ضریب متغیر تقسیم شده است.

۳- با توجه به سؤال بالا، روش حل معادله را توضیح دهید؛ سپس معادله‌های دیگر را به همین ترتیب حل کنید.

مراحل حل معادله:

- ۱- جدا کردن معلوم از مجهول (در صورت انتقال به طرف دیگر معادله علامت قرینه می‌شود).
- ۲- حاصل هر عدد را به ساده‌ترین صورت می‌نویسیم.
- ۳- طرفین معادله را بر ضریب عددی متغیر تقسیم می‌کنیم.

$$2x - 3 = x + 5$$

$$2x - x = 5 + 3$$

$$x = 8$$

$$3x - 1 = x - 7$$

$$3x - x = -7 + 1$$

$$2x = -6$$

$$x = \frac{-6}{2}$$

$$x = -3$$

$$2(x-1) = 3(x+4)$$

$$2x - 2 = 3x + 12$$

$$2x - 3x = 12 + 2$$

$$-x = 14$$

$$x = \frac{14}{-1}$$

$$x = -14$$

توجه:

گاهی برای حل یک معادله حتما باید در ابتدا معادله را ساده کنیم و سپس آن را حل کنیم.

کار در کلاس



معادله‌های زیر را حل کنید.

$$5(x-2) = 8$$

$$5x - 10 = 8$$

$$5x = 8 + 10$$

$$5x = 18$$

$$x = \frac{18}{5}$$

$$x + 4 = 16$$

$$x = 16 - 4$$

$$x = 12$$

$$4x - 3 = 2x - 1 + 5x$$

$$4x - 2x - 5x = -1 + 3$$

$$-3x = 2$$

$$x = \frac{2}{-3}$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

کار در کلاس

$$1 - 2x = -(x - 1) + 2$$

$$1 - 2x = -x + 1 + 2$$

$$-2x + x = 1 + 2 - 1$$

$$-x = 2$$

$$x = \frac{2}{-1}$$

$$x = -2$$

$$2(x - 1) = 3(1 - x)$$

$$2x - 2 = 3 - 3x$$

$$2x + 3x = 3 + 2$$

$$5x = 5$$

$$x = \frac{5}{5}$$

$$x = 1$$

ادامه سوال

$$2x - 3(1 - x) = 0$$

$$2x - 3 + 3x = 0$$

$$2x + 3x = 0 + 3$$

$$5x = 3$$

$$x = \frac{3}{5}$$



فعالیت

۱- معادله زیر را دو دانش‌آموز حل کرده‌اند. راه حل آنها را توضیح دهید. ویژگی‌های هر کدام از روش‌ها را بگویید و در کلاس با یکدیگر در این باره گفت‌وگو کنید.

راه حل یگانه

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{5}{6} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{7}{6}$$

$$x = \frac{7}{6} \times \frac{2}{1} = \frac{14}{6}$$

راه حل یگانه همان روش حل معادله به طور معمول هست.

راه حل یکتا

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$



$$6 \times \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} \right) = 6 \times \frac{5}{6}$$

$$6 \times \frac{1}{2}x - 6 \times \frac{1}{3} = 6 \times \frac{5}{6}$$

$$3x - 2 = 5$$

$$3x = 7$$

$$x = \frac{7}{3}$$

یکتا برای ساده کردن محاسبات، قبل از حل معادله مخرج کسرها را از بین برده است و برای این کار طرفین معادله را در عدد ۶ ضرب کرده است.

چرا یکتا عدد ۶ را برای ضرب کردن انتخاب کرده است؟

زیرا عدد ۶ کوچکترین مضرب مشترک همه مخرج کسرهای معادله می باشد پس بر مخرج کسرها بخش پذیر است و با ضرب کردن آن در دو طرف معادله و ساده کردن، معادله بدون کسر می شود و حل آن ساده تر می شود.

۲- دو دانش‌آموز کسر $-\frac{x+3}{2}$ را به صورت زیر در ۶ ضرب کرده‌اند. کدام یک اشتباه کرده است؟ اشتباه او را توضیح دهید.

$$6 \times \left(-\frac{x+3}{2}\right) = -3x - 9 \quad \text{درست}$$

$$6 \times \left(-\frac{x+3}{2}\right) = -3x + 9 \quad \text{نا درست}$$

علامت منفی کنار کسر را می‌توان برای صورت در نظر گرفت. بنابراین منفی در تک تک عبارتهای صورت ضرب می‌شود.

حل

$$6 \times \left(-\frac{x+3}{2}\right) = \overset{3}{\cancel{6}} \times \left(\frac{-x-3}{\cancel{2}_1}\right) = 3(-x-3) = -3x - 9$$

۶: ک.م.م مخرج ها

$$\frac{2}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \overset{6}{\cancel{6}} \times \left(\overset{2}{\cancel{2}}x - \overset{1}{\cancel{2}} \right) = \overset{1}{\cancel{6}} \times \overset{1}{\cancel{6}}$$

کار در کلاس

معادله های زیر را حل کنید.



$$4x - 3 = 1$$

$$4x = 1 + 3$$

$$4x = 4$$

$$x = \frac{4}{4}$$

$$x = 1$$

کار در کلاس

۲۰: ک.م.م مخرج ها

$$\frac{3}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{4} \times \left(\frac{3}{5}x - \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{4} \times \frac{3}{4}$$

$$12x - 10 = 15$$

$$12x = 15 + 10$$

$$12x = 25$$

$$x = \frac{25}{12}$$

کار در کلاس

۶: ک.م.م مخرج ها

$$\frac{x+1}{2} = \frac{x+2}{3} \Rightarrow \overset{3}{\cancel{6}} \times \left(\frac{x+1}{\cancel{2}} \right) = \overset{2}{\cancel{6}} \times \left(\frac{x+2}{\cancel{3}} \right)$$

$$3(x+1) = 2(x+2)$$

$$3x + 3 = 2x + 4$$

$$3x - 2x = +4 - 3$$

$$x = 1$$

تمرین



۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

۲۴: ک.م.م مخرج ها

$$-\frac{3}{8}x + 5 = \frac{1}{6} \Rightarrow \overset{24}{\cancel{24}} \times \left(-\frac{\overset{3}{\cancel{3}}}{\cancel{8}}x + 5 \right) = \overset{24}{\cancel{24}} \times \left(\frac{1}{\cancel{6}} \right)$$

$$-9x + 120 = 4$$

$$-9x = 4 - 120$$

$$-9x = -116$$

$$x = \frac{-116}{-9}$$

$$x = \frac{116}{9}$$

۳۶: ک.م.م مخرج ها

$$\frac{5}{12}x - \frac{7}{18} = 2 \Rightarrow \cancel{36} \times \left(\frac{5}{\cancel{12}}x - \frac{7}{\cancel{18}} \right) = \cancel{36} \times (2)$$

$$15x - 14 = 72$$

$$15x = 72 + 14$$

$$15x = 86$$

$$x = \frac{86}{15}$$

تمرین

۱۴: ک.م.م مخرج ها

$$4x + \frac{2}{7} = \frac{3}{2}x \Rightarrow \cancel{14} \times \left(4x + \frac{2}{\cancel{7}} \right) = \cancel{14} \times \left(\frac{3}{\cancel{2}}x \right)$$

$$56x + 4 = 21x$$

$$56x - 21x = -4$$

$$35x = -4$$

$$x = \frac{-4}{35}$$

تمرین

۶: ک.م.م مخرج ها

$$1 - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cancel{6} \times \left(1 - \frac{x+1}{2} \right) = \cancel{6} \times \left(\frac{1}{3} \right)$$

$$6 - 3(x+1) = 2$$

$$6 - 3x - 3 = 2$$

$$-3x = 2 - 6 + 3$$

$$-3x = -1$$

$$x = \frac{-1}{-3}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

تمرین

۴: ک.م.م مخرج ها

$$\frac{1}{2} - \frac{2x-1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cancel{2} \times \left(\frac{1}{\cancel{2}} - \frac{2x-1}{4} \right) = \cancel{2} \times \left(\frac{3}{4} \right)$$

$$2 - (2x - 1) = 3$$

$$2 - 2x + 1 = 3$$

$$-2x = 3 - 1 - 2$$

$$-2x = 0$$

$$x = \frac{0}{-2} = 0$$

۲- عرض مستطیلی ۵ سانتی متر و محیط آن ۲۴ سانتی متر است. طول این مستطیل چقدر است؟

(عرض + طول) × ۲ = محیط مستطیل

عرض مستطیل = ۵

طول مستطیل = x

محیط مستطیل = ۲۴

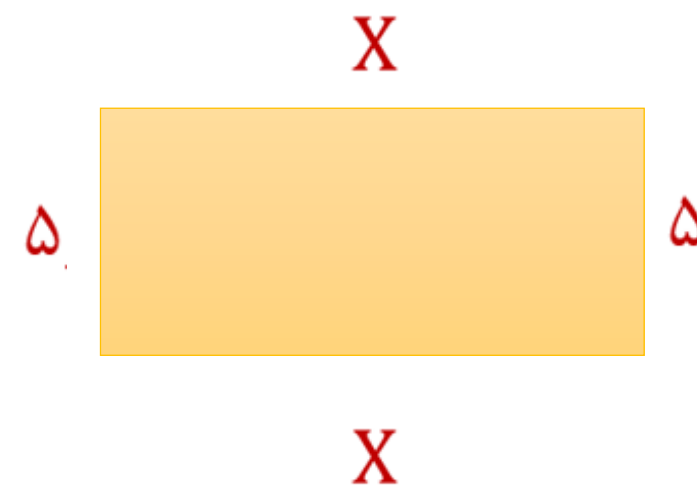
$$24 = 2(x + 5)$$

$$24 = 2x + 10$$

$$-2x = 10 - 24$$

$$x = \frac{-14}{-2}$$

طول مستطیل $x = 7$



۳- هفت برابر عددی به اضافه ۴ مساوی ۵۸ است. آن عدد چند است؟

$$7X + 4 = 58$$

$X =$ عدد

$$7X = 58 - 4$$

$$X = 54$$

$$X = \frac{54}{7}$$

۴- حاصل جمع سه عدد متوالی طبیعی ۲۷ شده است. کوچک ترین این عددها را پیدا کنید.

$$X + (X + 1) + (X + 2) = 27$$

$$3X + 3 = 27$$

$$3X = 27 - 3$$

$$3X = 24$$

$$X = \frac{24}{3}$$

$$X = 8$$

عدد اول = X

عدد دوم = $X + 1$

عدد سوم = $X + 2$

۵- از پنج برابر عددی ۳ تا کم کردیم، عدد ۱۷ به دست آمد. آن عدد چند است؟

$$5X - 3 = 17$$

$X =$ عدد

$$5X = 17 + 3$$

$$5X = 20$$

$$X = \frac{20}{5}$$

$$X = 4$$

تمرین

۶- اگر مربع عددی به آن عدد اضافه شود، عدد حاصل، ۴۲ خواهد بود. کدام یک از اندازه‌های زیر می‌تواند مقدار آن عدد باشد؟

- الف) ۴۲ ب) ۱۴ ج) -۶ د) -۷ ✓ ه) -۵

$$x^2 + x = 42$$

$$42^2 + 42 \neq 42$$

$$14^2 + 14 \neq 42$$

$$(-6)^2 + (-6) \neq 42$$

$$(-7)^2 + (-7) = 42$$

$$(-5)^2 + (-5) \neq 42$$

عدد $x =$

حالا با جایگذاری اعداد بالا می‌فهمیم کدامیک از این اعداد تساوی را برقرار می‌سازد.

۷- پدری ۴۵ سال دارد. دو فرزند او ۹ و ۱۴ ساله‌اند. پس از چند سال سن پدر با مجموع سن فرزندانش برابر می‌شود؟

X

$$45 + X = 14 + X + 9 + X$$

سن پدر: $X + 45$

$$45 + X = 2X + 23$$

سن فرزند بزرگ: $X + 14$

$$X - 2X = 23 - 45$$

سن فرزند کوچک: $X + 9$

$$-X = -22$$

$$X = 22$$

۸- در درس علوم یاد گرفتید که کار انجام شده با مقدار نیرو در اندازه جابه‌جایی برابر است. این رابطه را با تساوی $W=F \cdot d$ نشان می‌دهیم. اگر کار انجام شده ۱۲ و مقدار نیرو ۴ باشد، مقدار جابه‌جایی را حساب کنید.

$$W=۱۲$$

$$F=۴$$

$$d=?$$

$$W=f \cdot d$$

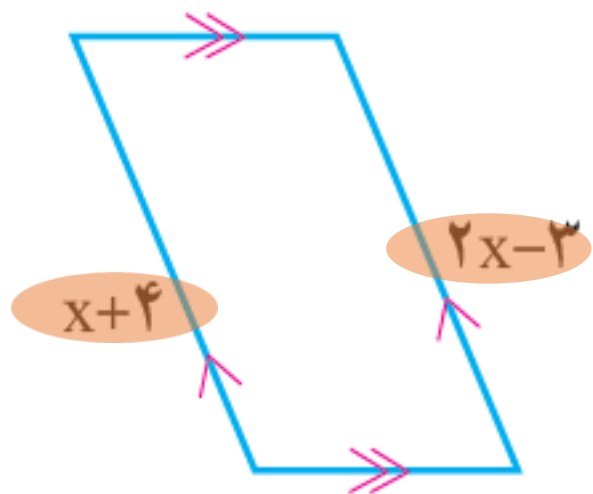
$$۱۲= ۴d$$

$$\frac{۱۲}{۴} = d$$

$$۳ = d$$

۹- با توجه به شکل، معادله تشکیل دهید و مقدار مجهول را بیابید.

در هر متوازی الاضلاع ضلع های روبرو با هم برابر هستند.

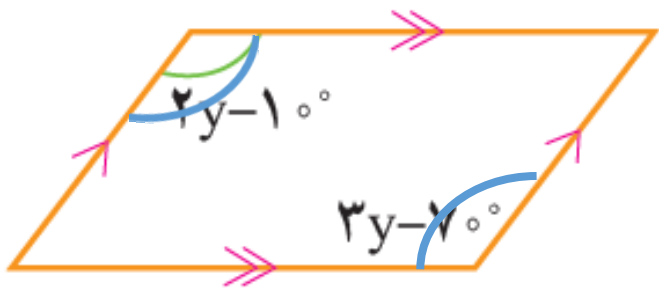


$$x + 4 = 2x - 3$$

$$x - 2x = -3 - 4$$

$$-x = -7$$

$$x = 7$$



در هر متوازی الاضلاع زاویه های مقابل با هم برابر هستند.

$$2y - 10 = 3y - 70$$

$$2y - 3y = -70 + 10$$

$$-y = -60$$

$$y = 60$$

۱- عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)$$

$$= \cancel{a^2} + \underline{2ab} + \cancel{b^2} - \cancel{a^2} + \underline{2ab} - \cancel{b^2} = 4ab$$

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + \underline{ab} + \underline{ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - \underline{ab} - \underline{ab} + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مقدار عددی عبارت حاصل را به ازاء $a = 2$ و $b = -2$ به دست آورید.

$$4(2) \times (-2) = -16$$

۲ - معادله‌های زیر را حل کنید.

تمرین ترکیبی

۶: ک.م.م مخرج‌ها

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{1}{6} \rightarrow \overset{6}{\cancel{6}} \times \left(\frac{\cancel{2}x-1}{\cancel{2}} - \frac{x+1}{\cancel{3}} \right) = \cancel{6} \times \left(\frac{1}{\cancel{6}} \right)$$

$$3(x-1) - 2(x+1) = 1$$

$$3x - 3 - 2x - 2 = 1$$

$$x - 5 = 1$$

$$x = 1 + 5$$

$$x = 6$$

$$2x - 1 = 3(x - 1)$$

$$2x - 1 = 3x - 3$$

$$2x - 3x = -3 + 1$$

$$-x = -2$$

$$x = \frac{-2}{-1}$$

$$x = 2$$