

فعالیت



۱- در دوره دبستان یاد گرفتید که با تبدیل صورت و مخرج کسر به ضرب عددها، می توان کسر را ساده کرد.

$$\frac{6}{9} = \frac{2 \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3}} = \frac{2}{3}$$

کسرهای زیر را مانند نمونه ساده کنید.

$$\frac{12}{18} = \frac{2 \times \cancel{6}}{3 \times \cancel{6}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{15}{35} = \frac{3 \times \cancel{5}}{7 \times \cancel{5}} = \frac{3}{7}$$

۲- بعضی از عبارات‌های جبری را نیز می‌توان به صورت ضرب دو یا چند عبارت نوشت:

$$a(b+c) = ab+ac$$

خاصیت توزیع پذیری

$$ab + ac = a (b + c)$$

(تبدیل به ضرب) تجزیه کردن

با توجه به تساوی بالا، عبارات‌ها را به ضرب تبدیل کنید.

$$5ab + 8ac = a (5b + 8c)$$

$$x + xy = x (1 + y)$$

$$5ab + 3b = b (5a + 3)$$

$$3a + ab = a (3 + b)$$

۳- برای تجزیه یک عبارت جبری، عامل یا بخش مشترک دو یا چند جمله را پیدا می‌کنیم و

بیرون پرانتز می‌نویسیم. برای تشخیص قسمت مشترک، می‌توان عبارات‌ها را به صورت ضرب نوشت:

$$6a^2b^3 + 9a^3b^2 = 2 \times 3 \times a \times a \times b \times b \times b + 3 \times 3 \times a \times a \times a \times b \times b$$

$$= 2 \times 3 \times a^2 \times b^2 \times b + 3 \times 3 \times a^2 \times b^2 \times a$$

با توجه به تساوی بالا، عامل مشترک دو جمله عبارت جبری چیست؟ $3a^2b^2$

با ضرب کردن چه عبارتی در جمله مشترک، جمله اول عبارت ساخته می‌شود؟ $2b$

با ضرب کردن چه عبارتی در جمله مشترک، جمله دوم عبارت ساخته می‌شود؟ $3a$

حالا این تساوی را کامل کنید.

$$\frac{2}{6} a^2 b^3 + \frac{3}{9} a^3 b^2 = \frac{3}{3} a^2 b^2 (2b + 3a)$$

برای تجزیه یک عبارت جبری:

۱- عامل های مشترک را پیدا می کنیم و قبل از پرانتز قرار می دهیم.

عامل های مشترک بین دو عبارت جبری را از طریق ب.م.م بدست می آوریم. (عامل مشترک با توان کوچکتر)

۲- برای بدست آوردن عبارتهای داخل پرانتز که عامل های غیر مشترک جمله ها هستند باید تک تک جمله ها را بر عامل مشترک تقسیم کرد.

۴- با توجه به سؤال صفحه قبل، عبارتهای جبری زیر را تجزیه کنید.

$$\frac{ab+ac}{a} = a (b + c)$$

$$\frac{ab-ac}{a} = a (b - c)$$

$$\frac{5ab+3abc}{ab} = ab (5 + 3c)$$

$$\frac{2ab+3a^2}{3a} = 3a (2b + a)$$

$$\frac{\cancel{2}x^2y + \cancel{6}xy^2}{\cancel{2}xy \cdot \cancel{2}xy} = 2xy \cdot (2x + 3y)$$

$$\frac{\cancel{8}x^2y^3 - \cancel{4}xy^2}{\cancel{4}xy^2 \cdot \cancel{4}xy^2} = 4xy^2 (2xy - 1)$$

۵- ابتدا صورت و مخرج کسر را تجزیه و سپس آن را ساده کنید.

فعالیت

$$\frac{ab + ac}{ab - ac} = \frac{\cancel{a}(b+c)}{\cancel{a}(b-c)} = \frac{(b+c)}{(b-c)}$$

$(a \neq 0, b \neq c)$

$$\frac{a^2 - a}{ab - b} = \frac{\cancel{a}(a-1)}{b(\cancel{a-1})} = \frac{a}{b}$$

$(a \neq 1, b \neq 0)$



۱- عبارتهای زیر را به ضرب تبدیل کنید.

$$\frac{x \times 2^a}{2^a} - \frac{y \times 2^a}{2^a} = 2^a (x - y) \quad \frac{42xy^2}{7xy^2} - \frac{35x^2y^2}{7xy^2} = 7xy^2 (6y - 5x)$$

$$\frac{2^x \times 2^y}{2^x} - \frac{2^x \times 2^z}{2^x} = 2^x (2^y - 2^z) \quad \frac{-a^{-1}}{a^r} + \frac{2a^a}{a^r} = a^r (-1 + 2a)$$

۲- با تبدیل به ضرب، صورت و مخرج کسر را ساده کنید. $(a \neq b, ab \neq 0)$

$$\frac{a^2b - ab^2}{a^3b^2 - a^2b^3} = \frac{\overset{1}{a} \overset{1}{b} ab(a-b)}{\underset{a}{a^2} \underset{b}{b^2} (a-b)} = \frac{1}{ab}$$

$$\frac{\overset{a}{\cancel{a^2}b} - \cancel{a}b^{\overset{b}{\cancel{b^2}}}}{\cancel{a}b^{\cancel{b^2}}} = ab(a-b)$$

$$\frac{\overset{a}{\cancel{a^3}b^2} - \cancel{a^2}b^{\overset{b}{\cancel{b^3}}}}{\cancel{a^2}b^{\cancel{b^3}}} = a^2b^2(a-b)$$

۳- آیا تساوی $-a-b = -(a+b)$ همواره برقرار است؟

بله، زیرا با ضرب کردن -1 در هرانتز طرف دیگر تساوی بوجود می آید.

$$-(a+b) = (-1) \times (a+b) = -a-b$$

۴- چرا مجموع دو عدد زوج، عددی زوج می شود؟

$2n$: عدد زوج

$2m$: عدد زوج دیگر
عدد طبیعی

مجموع دو عدد زوج : $2n + 2m = 2(n+m) = 2 \times \text{عدد طبیعی} \rightarrow$ زوج

مجموع دو عدد زوج مضربی از دو شده است پس مجموع دو عدد زوج، عددی زوج است.

خوارزمی در کتاب جبر و مقابله خود برای عددهای علامت دار اصطلاحاتی به کار برده است؛ برای مثال -5 را «پنج ناقص» و $+5$ را «پنج زاید» خوانده است. با اینکه در زمان خوارزمی کاربرد حروف متداول نبوده است، او در حل معادله‌های جبری، مجهول را «شیئی» و مجذور مجهول را «مال» نامیده است.



۱- تفاوت x^2 و $2x$ چیست؟

$$x^2 = x \times x$$

متغیر x در خودش ضرب شده است

$$2x = x + x$$

متغیر x با خودش جمع شده است

۲- مانند نمونه، طرف دیگر تساوی‌ها را بنویسید.

$$3^2 = 3 \times 3$$

$$\square^2 = \square \times \square$$

$$(-5)^2 = (-5) \times (-5)$$

$$\triangle^2 = \triangle \times \triangle$$

$$a^2 = a \times a$$

$$(a+b)^2 = (a+b) \times (a+b)$$

۳- جدول زیر را برای مقادارهای مختلف a و b کامل کنید.

a	۱	۲	۰	۲	-۱
b	۱	۰	-۳	۴	-۲
$(a+b)^2$	$(1+1)^2 = 4$	$(2+0)^2 = 4$	$(0-3)^2 = 9$	$(2+4)^2 = 36$	$(-1-2)^2 = 9$
$a^2 + b^2$	$(1)^2 + (1)^2 = 1+1$	$(2)^2 + (0)^2 = 4+0$	$(0)^2 + (-3)^2 = 0+9$	$(2)^2 + (4)^2 = 4+16$	$(-1)^2 + (-2)^2 = 1+4$

از مقایسه دو ردیف آخر، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

نتیجه می‌گیریم مقدار عددی دو عبارت زیر به ازای همه مقادیر برای a و b برابر نیست.

$$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$$



در حالت کلی

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + \underline{ab} + \underline{ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - \underline{xy} - \underline{xy} + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(2x+1)^2 = (2x+1)(2x+1) = 4x^2 + \underline{2x} + \underline{2x} + 1 = 4x^2 + 4x + 1$$

کار در کلاس



۱- مانند نمونه، تساوی‌ها را کامل کنید.

$$x^3 = x \times x \times x$$

$$-x^2 = -1 \times x \times x$$

$$(-x)^2 = (-x) \times (-x)$$

$$(a-b)^2 = (a-b) \times (a-b)$$

$$(a+b)^3 = (a+b) \times (a+b) \times (a+b)$$

$$(x+1)^2 = (x+1) \times (x+1)$$

۲- چرا $ba = ab$ است؟ (از کدام خاصیت ضرب استفاده می‌شود؟)

$$2 \times 7 = 7 \times 2$$

زیرا ضرب خاصیت جابه‌جایی دارد.

۳- عبارت زیر را ساده کنید.

$$-(a+b)^2 = (-1)(a+b)^2 = (-1)(a^2 + 2ab + b^2) = -a^2 - 2ab - b^2$$

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + \underline{ab} + \underline{ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

آیا منفی به توان ۲ می‌رسد؟ ~~خیر~~ چرا؟ ~~زیرا منفی داخل پرانتز نیست~~



تمرین

۱- آیا $b-a = -(a-b)$ است؟ چرا؟

بله زیرا با ساده کردن سمت راست، عبارت سمت چپ به دست می آید.

$$-(a-b) = -a + b = b - a$$

۲- چرا مجموع دو عدد فرد، عددی زوج می شود؟

۱- $2m - 1$: یک عدد فرد

۱- $2n - 1$: یک عدد فرد دیگر

عدد طبیعی

$$(2m - 1) + (2n - 1) = 2m + 2n - 2 = 2(m + n - 1) \rightarrow \boxed{2 \times \text{عدد طبیعی}} \rightarrow \text{زوج}$$

مجموع دو عدد فرد مضرب از دو شده است پس مجموع دو فرد، عددی زوج است.

۳- مجموع دو عدد که یکی زوج و دیگری فرد باشد، زوج می‌شود یا فرد؟ چرا؟

عدد فرد: $2n - 1$

عدد زوج: $2m$

عدد طبیعی

$$\text{مجموع دو عدد} \quad (2n - 1) + 2m = 2n + 2m - 1 = 2(n + m) - 1 = \boxed{\text{عدد طبیعی} \times 2} \rightarrow \text{فرد}$$

۴- عبارتهای جبری زیر را ساده کنید.

$$(a+3)^2 = (a+3)(a+3) = a^2 + \underline{3a} + \underline{3a} + 9 = a^2 + 6a + 9$$

$$(x+7)(x-7) = x^2 - \cancel{7x} + \cancel{7x} - 49 = x^2 - 49$$

$$(2x-3y)^2 = (2x-3y)(2x-3y) = 4x^2 - \underline{6xy} - \underline{6xy} + 9y^2 =$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2$$

$$a^2 + b^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)$$

$$= \cancel{a^2} + \cancel{b^2} - \cancel{a^2} + 2ab - \cancel{b^2} = +2ab$$

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - \underline{ab} - \underline{ab} + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

۵- با توجه به پیکان‌های رسم شده، عبارت را ساده کنید.

$$(x-1)(x^2+x+1) = x^3 + \cancel{x^2} + \cancel{x} - \cancel{x^2} - \cancel{x} - 1 = x^3 - 1$$

۶- نشان دهید که تفاضل هر عددِ دو رقمی از مقلوبش، مضرب ۹ است.

مقلوب عدد \overline{ab} را بصورت \overline{ba} نشان می‌دهیم.
مثال مقلوب ۸۹ عدد ۹۸ می‌باشد.

$$\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - (10b + a) =$$

$$\underline{10a} + \underline{b} - \underline{10b} - \underline{a} = 9a - 9b = 9(a - b) \rightarrow \text{مضرب ۹}$$

۷- اگر دو پرانتز زیر را در هم ضرب کنیم، چند جمله خواهیم داشت؟ چرا؟

$$(a+b+c)(z+y+x)$$

$$۳ + ۳ + ۳ = ۳ \times ۳ = ۹$$

هر جمله از پرانتز اول باید در تک تک جمله های پرانتز دوم ضرب شود بنابراین هر جمله پرانتز اول در سه جمله ضرب می شود و با توجه به این که پرانتز اول سه جمله دارد در کل داریم :