

پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری


فعالیت





۱- ماشین عددساز \times عدد ورودی را در عدد داخل ماشین ضرب می کند.
ماشین عددساز $+$ عدد ورودی را با عدد داخل ماشین جمع می کند. مانند نمونه، خروجی هر ماشین را مشخص کنید یا عدد داخل ماشین را بنویسید.

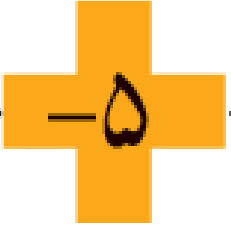
$$۷ : \text{ورودی} \rightarrow \times_{-۳} \rightarrow \text{خروجی} : ۷ \times (-۳) = -۲۱$$

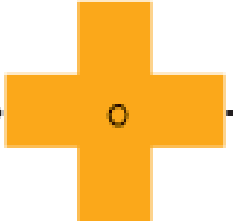
$$a : \text{ورودی} \rightarrow +_{۴} \rightarrow \text{خروجی} : a + ۴$$

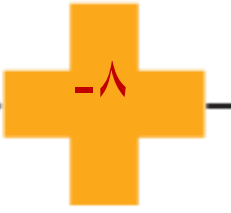
۴ : ورودی \rightarrow  \rightarrow خروجی : $4 \times 5 = 20$

b : ورودی \rightarrow  \rightarrow خروجی : $b \times 2 = 2b$

۸ : ورودی \rightarrow  \rightarrow خروجی : $8 \times \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} = 0$

◦ : ورودی →  → خروجی : ◦ + (-5) = -5

c : ورودی →  → خروجی : c + ◦ = c

۱۳ : ورودی →  → خروجی : ۵ : ۱۳ + (-۸) = ۵

۲- خروجی یک ماشین \times را به ورودی یک ماشین $+$ می بندیم و یک ماشین ترکیبی می سازیم. مانند نمونه، خروجی هر ماشین را مشخص کنید.

$$۲: \text{ورودی} \rightarrow \begin{matrix} \times \\ ۳ \end{matrix} \xRightarrow{۶} \begin{matrix} + \\ -۵ \end{matrix} \rightarrow \text{خروجی: } ۱$$

$$x: \text{ورودی} \rightarrow \begin{matrix} \times \\ ۳ \end{matrix} \xRightarrow{۳x} \begin{matrix} + \\ -۵ \end{matrix} \rightarrow \text{خروجی: } ۳x-۵$$

فعالیت

$$۷: \text{ورودی} \rightarrow \begin{matrix} -۷ \\ \dots \\ -۱ \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} ۸ \\ \dots \\ + \end{matrix} \rightarrow \text{خروجی: } ۱$$

$$۵: \text{ورودی} \rightarrow \begin{matrix} ۵۰ \\ \dots \\ ۱۰ \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} ۳ \\ \dots \\ + \end{matrix} \rightarrow \text{خروجی: } ۵۳$$

$$x: \text{ورودی} \rightarrow \begin{matrix} -x \\ \dots \\ -۱ \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} ۸ \\ \dots \\ + \end{matrix} \rightarrow \text{خروجی: } -x + ۸$$

$$x: \text{ورودی} \rightarrow \begin{matrix} ۱۰x \\ \dots \\ ۱۰ \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} ۳ \\ \dots \\ + \end{matrix} \rightarrow \text{خروجی: } ۱۰x + ۳$$

به این ترتیب، می‌توانیم عملکرد هر ماشین ترکیبی را به شکل خلاصه، مانند مثال زیر، بنویسیم:

$$x : \text{ورودی} \rightarrow \begin{matrix} \times \\ 7 \end{matrix} \xRightarrow{7x} \begin{matrix} + \\ 4 \end{matrix} \rightarrow \text{خروجی} : y = 7x + 4$$

عملکرد ماشین ترکیبی

$$y = 7x + 4$$

کار در کلاس



۱- عدد x به ماشین‌های زیر وارد، و عدد y از آنها خارج می‌شود. با توجه به کاری که

این ماشین‌ها انجام می‌دهند، عددهای خروجی را بنویسید.

$$-2 \longrightarrow \boxed{3x - 1} \longrightarrow -7$$

$$3 \times (-2) - 1 = -7$$

$$4 \longrightarrow \boxed{-2x + 1} \longrightarrow -7$$

$$-2 \times (4) + 1 = -7$$

$$0 \longrightarrow \boxed{\frac{1}{2}x + 1} \longrightarrow +1$$

$$\frac{1}{2} \times (0) + 1 = +1$$

$$\frac{4}{7} \longrightarrow \boxed{-7x + 2} \longrightarrow -2$$

$$-1 \times \left(\frac{4}{7}\right) + 2 = -2$$

۲- با توجه به جدول‌های زیر و رابطه x و y ، جاهای خالی جدول‌ها را پر کنید:

$$y = 3x + 1$$

$$y = 3(5) + 1$$

$$6 + 1 = 7$$

x	y
۱	۴
۲	۷
۵	۱۶

$$y = 5x$$

$$y = 5 \times (-4)$$

x	y
۳	۱۵
-۲	-۱۰
-۴	-۲۰
۵	۲۵

$$25 = 5x$$

$$x = \frac{25}{5} = 5$$

$$y = x - 7$$

$$y = (-2) - 7 = -9$$

x	y
4	-3
-2	-9
7	0
-7	-14

$$-14 = x - 7$$

$$-14 + 7 = x$$

$$-7 = x$$

$$y = 2x - 3$$

$$y = 2(-2) - 3 = -4 - 3 = -7$$

x	y
4	5
-2	-7
3	0
2	1
4	5

$$5 = 2x - 3$$

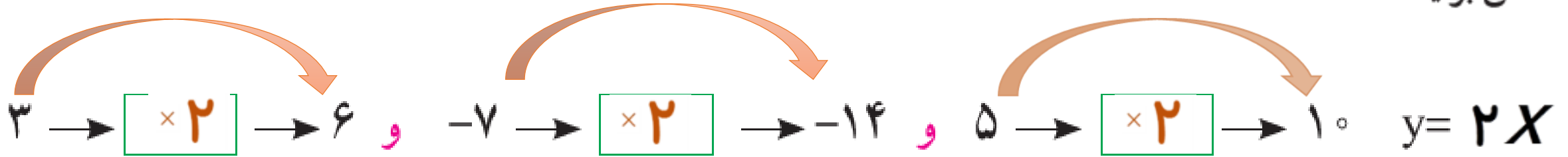
$$5 + 3 = 2x$$

$$8 = 2x$$

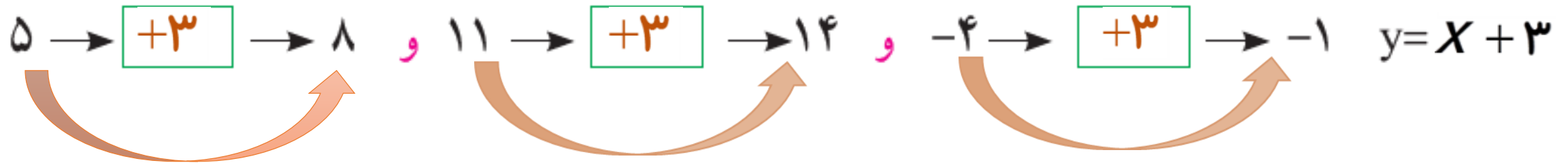
$$4 = x$$

۳- با توجه به عددهای ورودی و خروجی در هر ردیف، کاری را که ماشین انجام می‌دهد

حدس بزنید.



خروجی برابر است با دو برابر ورودی



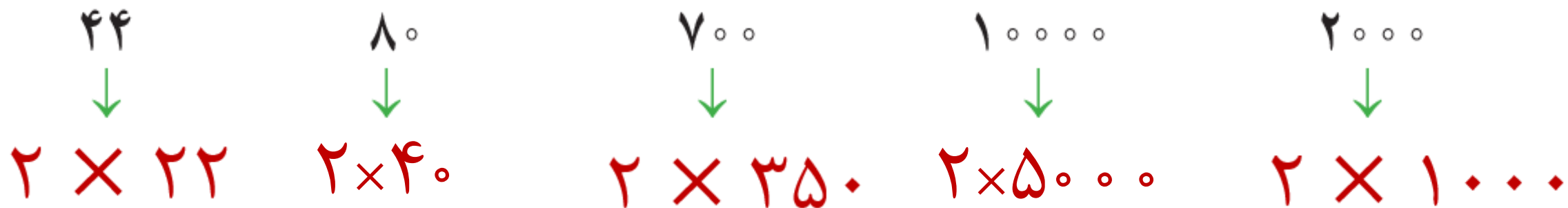
خروجی برابر است با ورودی به اضافه سه



۱- به عددهای زوج زیر توجه کنید. همان طور که می بینید، هر عدد زوج را می توان به صورت $2 \times n$ نشان داد.

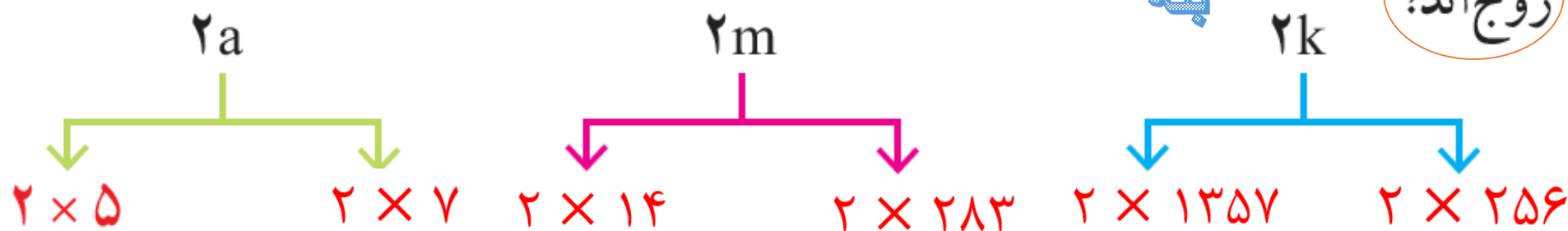
۲	۴	۶	۸	۱۰
↓	↓	↓	↓	↓
2×1	2×2	2×3	2×4	2×5

۲- عددهای زوج زیر را به صورت $2n$ (n یک عدد طبیعی باشد) نشان دهید.



۳- در عبارت های زیر به جای حروف k ، m و a عددهای طبیعی مختلفی قرار دهید. آیا

عددهای حاصل، زوج اند؟



۴- a، b و c را عددهای طبیعی در نظر بگیرید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید :

– آیا عبارت $2b$ یک عدد زوج را نشان می‌دهد؟

$$2 \times b$$

عدد طبیعی

بله، زیرا بصورت حاصلضرب یک عدد طبیعی در عدد دو می‌باشد.

– آیا عبارت $4c$ یک عدد زوج را نشان می‌دهد؟ چرا؟

بله، زیرا آن را می‌توان بصورت حاصلضرب یک عدد طبیعی در عدد دو نوشت.

$$4c = 2 \times 2c$$

عدد طبیعی

– آیا عبارت $2ab$ یک عدد زوج را نشان می‌دهد؟ چرا؟

بله، زیرا آن را می‌توان بصورت حاصلضرب یک عدد طبیعی در عدد دو نوشت.

$$2ab = 2 \times ab$$

عدد طبیعی

۵- آیا حاصل ضرب هر دو عدد زوج عددی زوج است؟

برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا مانند نمه نه چند مثال بزنید.

$$4 \times 2 = 8$$

$$8 \times 6 = 48$$

$$16 \times 4 = 64$$

$$12 \times 26 = 312$$

$$28 \times 10 = 280$$

$$100 \times 34 = 3400$$

برای اینکه بدون مثال و در حالت کلی اثبات کنیم که جمله بالا درست است، دو عدد زوج را

عدد طبیعی

به صورت $2m$ و $2n$ در نظر می‌گیریم و حاصل ضرب آنها را می‌نویسیم.

$$2m \times 2n = 2(m \times 2 \times n) = 2 \times \text{عدد طبیعی} \rightarrow \text{زوج}$$

چگونه این تساوی ثابت می‌کند که حاصل ضرب دو عدد زوج عددی زوج است؟ توضیح دهید.

حاصل ضرب چند عدد طبیعی، عدد طبیعی است. پس $(m \times 2 \times n)$ عددی طبیعی

است. حاصل ضرب هر عدد طبیعی در دو، عددی زوج می‌باشد.

کار در کلاس



مانند سؤال ۵ فعالیت بالا، ثابت کنید که حاصل ضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد، عددی

زوج است.

الف) چند مثال بزنید.

$$4 \times 3 = 12$$

$$6 \times 7 = 42$$

$$17 \times 24 = 408$$

$$16 \times 101 = 1616$$

ب) به صورت جبری ثابت کنید:

$$\text{عدد زوج} = 2n \quad \text{عدد فرد} = 2m - 1$$

عدد طبیعی

زوج



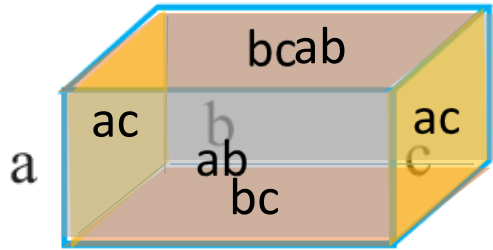
عدد طبیعی $\times 2$

$$\text{حاصل ضرب عدد زوج در عدد فرد} = 2n \times (2m - 1) = 2(n \times (2m - 1)) = 2 \times \text{عدد طبیعی}$$



تمرین

۱- مساحت کل مکعب مستطیل روبه‌رو را به صورت جبری بنویسید.



$$s = 2bc + 2ac + 2ab$$

اگر $a = 2$ و $b = 6$ و $c = 3$ باشند، مساحت کل چقدر می‌شود؟

$$s = (2 \times 6 \times 3) + (2 \times 2 \times 3) + (2 \times 2 \times 6) = 36 + 12 + 24 = 72$$

۲- مساحت قاعده منشوری 20° و ارتفاع آن ۴ است. حجم این منشور را با نوشتن رابطه

جبری حجم منشورها به دست آورید.

ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم منشور

$$\begin{cases} h=4 \\ s=20 \end{cases}$$

$$V=sh=20 \times 4=80$$

۳- قاعده‌های دوزنقه‌ای ۴ و ۷ سانتی‌متر و ارتفاع آن ۲ سانتی‌متر است. مساحت این دوزنقه

را پس از نوشتن رابطه جبری مساحت دوزنقه حساب کنید.

$$\begin{cases} a=4 \\ b=7 \\ h=2 \end{cases}$$

۲ \div (ارتفاع \times مجموع دو قاعده) = مساحت دوزنقه

$$s = \frac{(a+b)h}{2} = \frac{(4+7) \times 2}{2} = 11$$

$$x^2 = 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2^2 = 4 \\ (-2)^2 = 4 \end{array} \right.$$

۴- آیا $x = 2$ و $x = -2$ پاسخ معادله $x^2 = 4$ هستند؟ چرا؟

بله، زیرا اگر به جای x مقدارهای 2 و -2 را جایگذاری کنیم، معادله به یک تساوی درست تبدیل می شود.

۵- طول یک لوله x متر است. طول لوله دیگر، y برابر لوله اول است. طول لوله دوم را به صورت جبری بنویسید.

$$x = \text{طول لوله اول}$$

$$y \times x = yx = \text{طول لوله دوم}$$



۶- یک زمین والیبال مستطیل شکل، دارای x متر عرض و $2x$ متر طول است. مساحت این زمین را به صورت جبری نشان دهید. اگر عرض این زمین ۹ متر باشد، مساحت آن چند متر مربع است؟

عرض \times طول = مساحت مستطیل

$2x$



x

$$S = 2x \times x = 2x^2$$

$$S = 2x^2 = 2 \times 9^2 = 2 \times 81 = 162 \text{ cm}^2$$

تمرین

۷- در درس علوم یاد می‌گیرید که انرژی پتانسیل ذخیره شده در هر جسم از رابطه $U = mg \cdot h$ به دست می‌آید که در آن، U انرژی پتانسیل، m جرم جسم، g شتاب زمین و h ارتفاع جسم است. در صورتی که جسمی به جرم ۲۵ کیلوگرم تا ارتفاع ۴ متر بالا برود، مقدار انرژی پتانسیل آن را پیدا کنید. (شتاب زمین را ۱۰ فرض کنید.)

$$U = mg \cdot h$$

$$U = 25 \times 10 \times 4 = 1000 \text{ ژول}$$

۸- با توجه به رابطه x و y ، مقدار y را برای x های مختلف پیدا کنید.

$$y = x - 3$$

$$y = (-1) - 3 = -4$$

x	y
۱	۲
۰	۳
۲	۱
-۱	۴

تمرین

$$y = -2x + 1$$

x	y
1	-1
0	-1
2	-3
-1	3

$$y = -2(-1) + 1 = +2 + 1 = 3$$

$$y = x^2$$

x	y
۲	۴
-۲	۴
۰	۰
-۱	۱

$$y = (-1)^2 = 1$$