

اگر دو کفه یک ترازو روبه‌روی هم قرار گیرند، می‌گویند ترازو در حال تعادل است. اگر از یک کفه ترازو چیزی را برداریم یا به آن چیزی اضافه کنیم، همین کار را باید در کفه دیگر نیز انجام دهیم تا جبران شود و ترازو در حالت تعادل بماند. کلمه جبر هم خانواده جبران نیز هست و معادله به معنی برقرار ماندن تعادل در دو طرف تساوی است.



ساده کردن عبارات‌های جبری

فعالیت



۱- در سال گذشته با درس توان آشنا شدید. عبارات‌های کلامی را به صورت جبری و عبارات‌های جبری را به صورت کلامی بنویسید.

• هر عدد به توان یک، برابر خود عدد می‌شود.

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0) \quad \bullet$$

هر عدد غیر صفر، به توان صفر برابر است با یک

$$1^a = 1$$

• یک به توان هر عدد، برابر یک می شود.

$$0^a = 0, a > 0$$

• صفر به توان هر عدد مثبت، برابر صفر می شود.

• در ضرب دو عبارت توان دار با پایه های مساوی، یک پایه را می نویسیم و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$b^a \times c^a = (bc)^a \bullet$$

در ضرب دو عدد تواندار با توان های مساوی ، یکی از توان ها رو نوشته و پایه ها رو در هم ضرب می کنیم.

• مربع یا مجذور عدد a

$$a^2$$

فعالیت

۲- الف) در عبارت جبری $2n - 1$ به جای n عددهای طبیعی $(1, 2, 3, \dots)$ قرار دهید و الگوی

عددی متناظر را بنویسید.

۱ , ۳ , ۵ , ۷ , ۹ , ...

$$2 \times (5) - 1 = 9$$

فعالیت

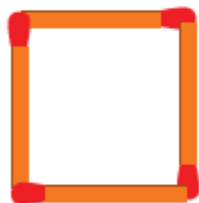
ب) در عبارت جبری $2m + 1$ به جای m عددهای حسابی $(0, 1, 2, 3, \dots)$ قرار دهید و الگوی عددی متناظر را بنویسید.

۱ ۳ ۵ ۷ ۹
____, _____, _____, _____, _____, ...

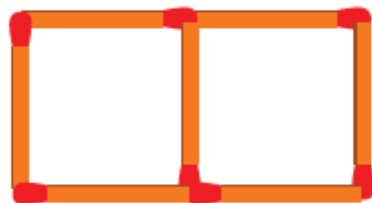
آیا دو الگوی عددی با هم تفاوت دارند؟ **خیر**

$$2 \times 4 + 1 = 9$$

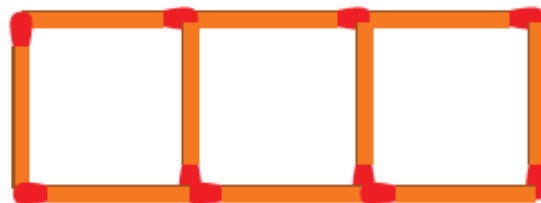
۳- شکل‌های زیر با چوب کبریت و با الگویی مشخص ساخته شده‌اند. شکل n ام با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟



شکل (۱)



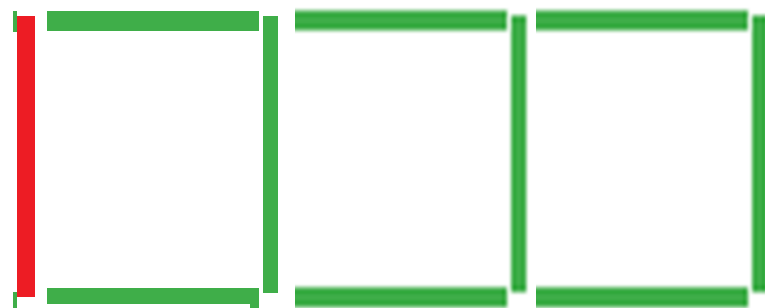
شکل (۲)



شکل (۳)

در اینجا پاسخ چهار دانش‌آموز را می‌بینید. توضیح دهید هر کدام از آنها پاسخ خود را چگونه به دست آورده است؛ سپس مانند نمونه‌ها، شکل‌هایی رسم کنید که روش ماهرش را مشخص کند و بین شکل‌ها و عبارت‌های جبری رابطه برقرار کنید.

پاسخ ماهرخ :



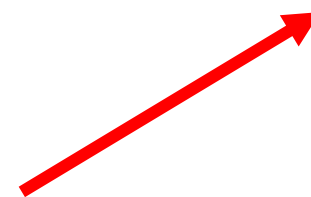
شکل ۱

شکل ۲

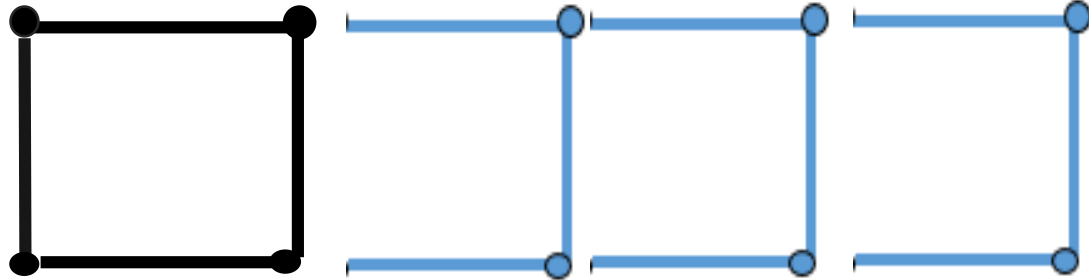
شکل ۳

شکل n

$$3n + 1$$



پاسخ ماهنوش



شکل (۱)

شکل (۳)

شکل (۴)

شکل n

$$4 + (n-1) \times 3$$

پاسخ ماهرو



$$1 + n + n + n$$

شکل n

$$1 + n + n + n$$

$$2 + (1 \times 2), 3 + (2 \times 2), 4 + (3 \times 2), 5 + (4 \times 2), \dots, n + 1 + (n \times 2)$$

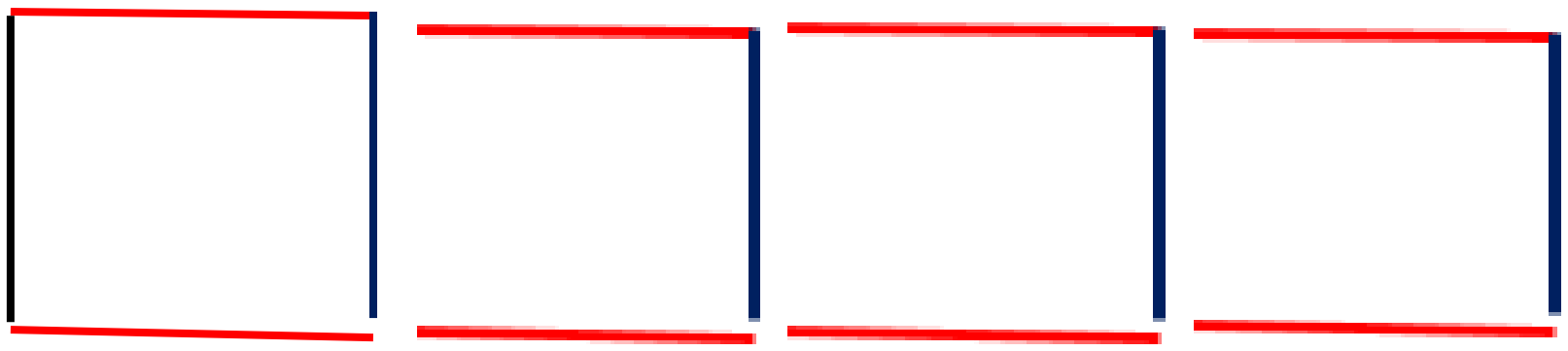
شکل ۱

شکل ۲

شکل ۳

شکل ۴

شکل n



پاسخ‌های ماهنوش، ماهرو و مهتاب را ساده کنید. آیا با پاسخ ماهرخ یکی هستند؟

$$\text{پاسخ ماهنوش} : 4 + (n-1) \times 3 = 4 + 3n - 3 = 3n + 1$$

$$\text{پاسخ ماهرو} : 1 + n + n + n = 3n + 1$$

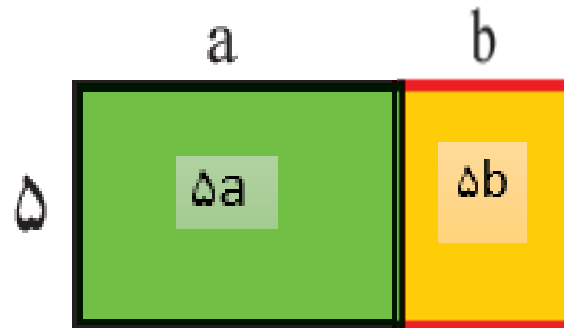
$$\text{پاسخ مهتاب} : n + 1 + (n \times 2) = n + 1 + 2n = 3n + 1$$

پاسخ‌های ماهنوش، ماهرو و مهتاب با ماهرخ یکی می باشد.

کار در کلاس



۱- در سال گذشته، ضرب یک عدد را در پراکنش با شکل زیر یاد گرفتید.



$$h(a+b) = ha + hb$$

این تساوی چگونه به کمک شکل به دست آمده است؟ توضیح دهید.

شکل داده شده از دو مستطیل جدا از هم تشکیل شده، مساحت شکل را به دو روش به دست می آوریم.

مساحت
مستطیل
بزرگ

طول عرض

$$h \times (a + b) = ha + hb$$

مجموع
مساحت
مستطیل
های کوچک

عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$2(2x-1) + 2(x+3) = \underline{4x} - \underline{2} + \underline{2x} + \underline{6} = 6x + 4$$

$$-2(y-1) + 2(1-y) = \underline{-2y} + \underline{2} + \underline{2} - \underline{2y} = -4y + 4$$

$$-(a-b+1) + 2(2a+b-3) = \underline{-a} + \underline{b} - \underline{1} + \underline{4a} + \underline{2b} - \underline{6} = 3a + 3b - 7$$

۲- شما همچنین جمع و تفریق جمله‌های متشابه (جمله‌هایی که همه قسمت‌های حرفی آنها یکی هستند) را یاد گرفتید. جمله‌های متشابه را پیدا کنید.

$$\underline{3x^2y} \quad \underline{7yx^2} \quad \underline{2yx} \quad \underline{-5x} \quad \underline{+5y} \quad \underline{-3xy} \quad \underline{+4x} \quad \underline{y}$$

فعالیت



۱- حاصل ضرب دو جمله را مانند نمونه به دست آورید. از کدام قانون ساده کردن عبارت‌های توان‌دار استفاده می‌کنید؟ توضیح دهید.

$$(-3ba)(2a^2b^2) = -6a^2b^2$$

$$a \times a^2 = a^3, \quad b \times b^2 = b^3$$

$$2a \times 3b = 6ab$$

$$-6a \times 2a^2 = -12a^3$$

$$4ba \times 3b^2 = 12ab^3$$

$$-6 \times 2 \times a \times a^2$$

$$4 \times 3 \times b \times a \times b^2$$

۲- با توجه به شکل و مساوی بودن مساحت‌ها در دو قسمت، یک تساوی جبری نتیجه بگیرید.



$$a(b + c) = \underline{ab} + \underline{ac}$$

با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، ضرب‌های زیر را انجام دهید.

$$2a(a + b) = 2a^2 + 2ab$$

$$2a \times a = 2a^2$$

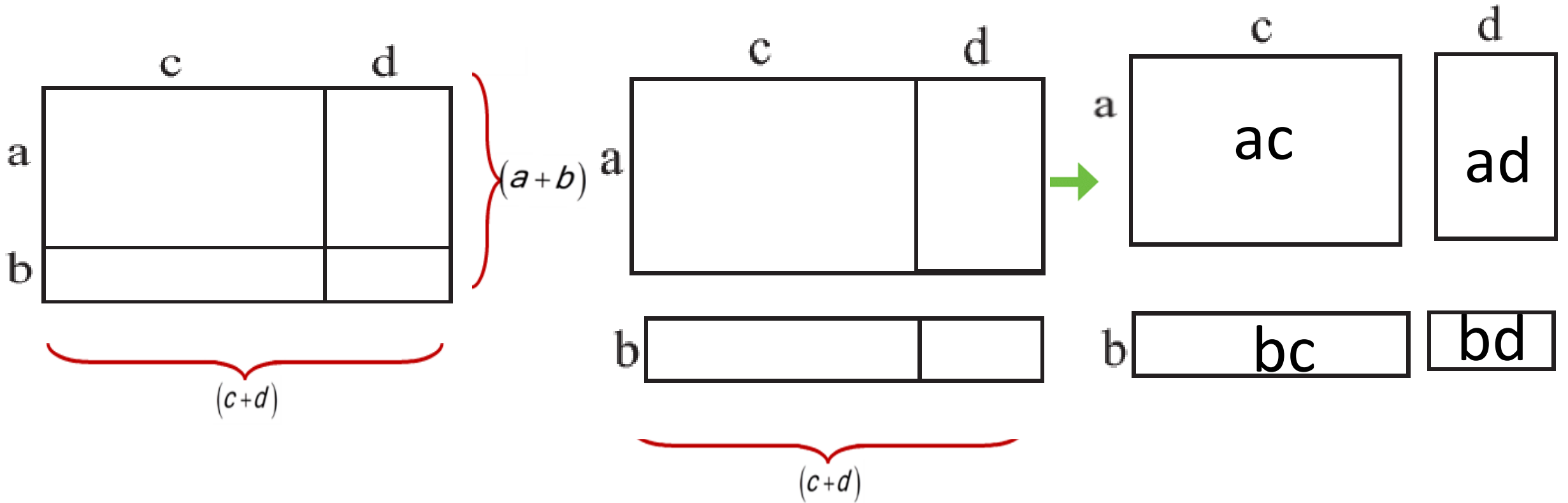
$$2a \times b = +2ab$$

$$3x(2x - 1) = 6x^2 - 3x$$

$$3x \times 2x = 6x^2$$

$$3x \times (-1) = -3x$$

۳- با توجه به شکل و مساوی بودن مساحت‌ها در دو قسمت، تساوی جبری را کامل کنید.



$$(a+b) \times (c+d) = ac + ad + bc + bd$$

برای یافتن حاصل ضرب دو عبارت جبری، باید جمله‌های دو عبارت را در هم ضرب و سپس ساده کنید.

$$(x+y)(x-y) = x^2 - \cancel{xy} + \cancel{xy} - y^2 = x^2 - y^2$$

$$x \times x = x^2$$

$$y \times x = +xy$$

$$x \times (-y) = -xy$$

$$y \times (-y) = -y^2$$

$$(x-1)(x+1) = x^2 + \cancel{x} - \cancel{x} - 1 = x^2 - 1$$

$$x \times x = x^2$$

$$(-1) \times x = -x$$

$$x \times 1 = +x$$

$$(-1) \times 1 = -1$$

$$(3x-2)(2x-3) = 6x^2 - 9x - 4x + 6$$

$$= 6x^2 - 13x + 6$$

$$3x \times 2x = 6x^2$$

$$-2 \times 2x = -4x$$

$$3x \times (-3) = -9x$$

$$(-2) \times (-3) = +6$$

کار در کلاس



۱- عبارتهای زیر را ساده کنید.

$$\underline{4ax} + a^2 + \underline{ax} = \underline{5ax} + a^2 \quad \underline{3ab} + b^2 - a^2 - \underline{5ab} = \underline{-2ab} + b^2 - a^2$$

$$\underline{2a} - \underline{8xy} + \underline{2xy} = \underline{2a} - \underline{6xy}$$

$$\underline{9x} + \underline{7x} - \underline{8x} - \underline{3} + \underline{11x} + \underline{5} = \underline{19x} + \underline{2}$$

$$5(-2a) = -1 \cdot a$$

$$5 \times (-2) \times a = -1 \cdot a$$

$$(-7)(-4x) = +28x$$

$$-7 \times (-4) \times x = +28x$$

$$\frac{3}{2}(4b) = 6b$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{1} \times b = 6b$$

$$\left(-\frac{4}{5}\right)(2y) = -\frac{8}{5}y$$

$$-\frac{4}{5} \times 2 \times y = -\frac{8}{5}y$$

$$3a(-5x) = -15ax$$

$$-\frac{1}{2}a(3b) = -\frac{3}{2}ab$$

$$3 \times (-5) \times a \times x = -15ax$$

$$-\frac{1}{2} \times 3 \times a \times b = -\frac{3}{2}ab$$

$$(-a)(-b) = +ab$$

$$(-a)(-a) = +a^2$$

$$-1 \times -1 \times a \times b = +ab$$

$$-1 \times -1 \times a \times a = +a^2$$

$$2x(3a-b) = 6ax - 2bx$$

$$2x \times 3a = 6ax \quad 2x \times (-b) = -2bx$$

$$3y(2x-5y) = 6xy - 15y^2$$

$$3y \times 2x = 6xy \quad 3y \times (-5y) = -15y^2$$

$$(x+2)(x+1) = x^2 + \underline{x} + \underline{2x} + 2 = x^2 + 3x + 2$$

$$x \times (x) = x^2$$

$$2 \times (x) = 2x$$

$$x \times (+1) = x$$

$$2 \times (+1) = 2$$

$$(a+6)(a-6) = a^2 - \cancel{6a} + \cancel{6a} - 36 = a^2 - 36$$

$$a \times (a) = a^2$$

$$6 \times (a) = +6a$$

$$a \times (-6) = -6a$$

$$6 \times (-6) = -36$$

۲- عدد ۴۷ را می‌توان به صورت $۴۰+۷$ یا $۴ \times ۱۰+۷$ نوشت؛ به همین ترتیب، عددهای زیر را به صورت گسترده بنویسید.

$$۹۲ = ۹۰ + ۲ = ۹ \times ۱۰ + ۲$$

$$۷۵ = ۷۰ + ۵ = ۷ \times ۱۰ + ۵$$

$$۳۳ = ۳۰ + ۳ = ۳ \times ۱۰ + ۳$$

عدد دورقمی ab را با نماد \overline{ab} نمایش می‌دهیم؛ بنابراین: $\overline{ab} = ۱۰a + b$

تمرین



۱- عبارت جبری جمله n ام هریک از الگوهای عددی زیر را بنویسید.

$$1, 4, 9, 16, 25, \dots$$

\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow

$$1 \times 1 \quad 2 \times 2 \quad 3 \times 3 \quad 4 \times 4 \quad 5 \times 5$$

$$n^2$$

\uparrow

$$n \times n$$

$$1, 8, 27, 64, 125, \dots$$

\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow

$$1 \quad 2^3 \quad 3^3 \quad 4^3 \quad 5^3$$

$$n^3$$

\uparrow

$$n + n + n$$

۲- عبارتهای جبری زیر را ساده کنید.

$$(a+3)(a+3) = a^2 + \underline{3a} + \underline{3a} + 9 = a^2 + 6a + 9$$

$$(a-b)(a-b) = a^2 - \underline{ab} - \underline{ab} + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+3)(a-3) = a^2 - \cancel{3a} + \cancel{3a} - 9 = a^2 - 9$$

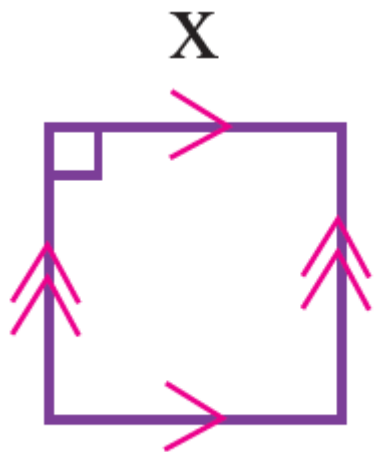
$$(a+b)(a-b) = a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2 = a^2 - b^2$$

$$(x+y)(x+y) = x^2 + \underline{xy} + \underline{xy} + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(2x-3y)(2x-3y) = 4x^2 - \underline{6xy} - \underline{6xy} + 9y^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

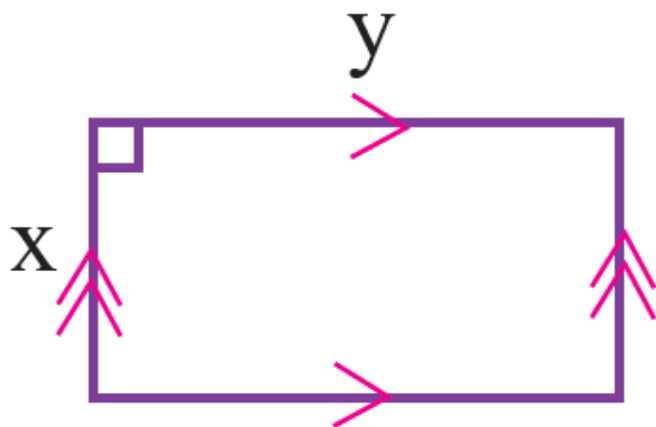
تمرین

۳- مساحت هر شکل را با یک عبارت جبری بیان کنید.



مجدور یک ضلع = مساحت مربع

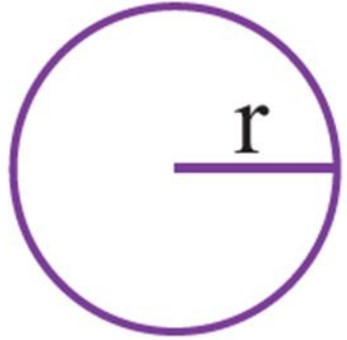
$$S = x \times x = x^2$$



عرض \times طول = مساحت مستطیل

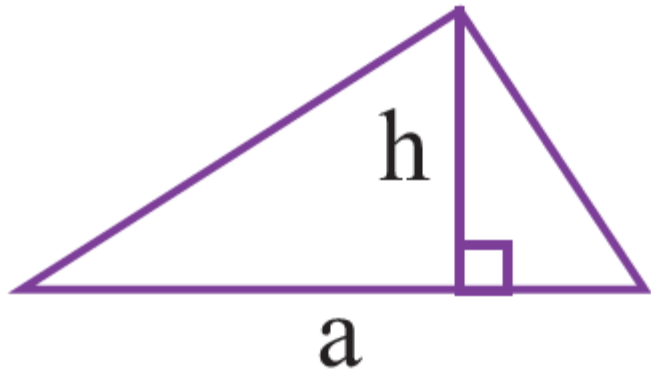
$$S = x \times y = xy$$

مساحت دایره = مجذور شعاع $\times \frac{3}{14}$

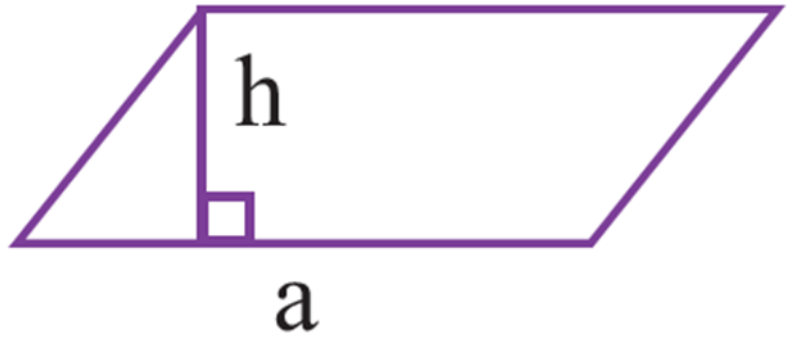


$$S = r \times r \times \pi = \pi r^2$$

مساحت مثلث = (قاعدہ \times ارتفاع) $\div 2$

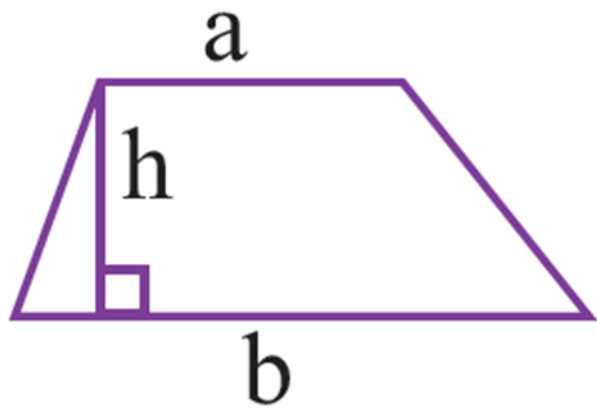


$$S = \frac{h \times a}{2} = \frac{1}{2} ah$$



ارتفاع \times قاعده = مساحت متوازی الاضلاع

$$s = a \times h = ah$$



$2 \div$ (ارتفاع \times مجموع دو قاعده) = مساحت ذوزنقه

$$s = \frac{(a + b)h}{2}$$

تمرین

۴- دانش آموزی، عبارت های جبری زیر را نادرست ساده کرده است. اشتباه او را پیدا کنید.

$$a(b + c) = ab + c \quad \text{(الف)}$$

اشتباه دانش آموز

a باید در تک تک عبارت های داخل پرانتز ضرب شود و لی اشتباه این دانش آموز در این است که **a** در عبارت اول ضرب کرده است.

$$a(b + c) = ab + ac$$

پاسخ درست

$$2x + 3y - (2x - y) = 2x + 3y - 2x - y = 2y \text{ (ب)}$$

اشتباه دانش آموز

در محاسبه عبارت $(2x - y)$ ، -1 را باید در دو عبارت داخل پرانتز ضرب کنیم ولی اشتباه این دانش آموز در این است که فقط در عبارت اول ضرب کرده است.

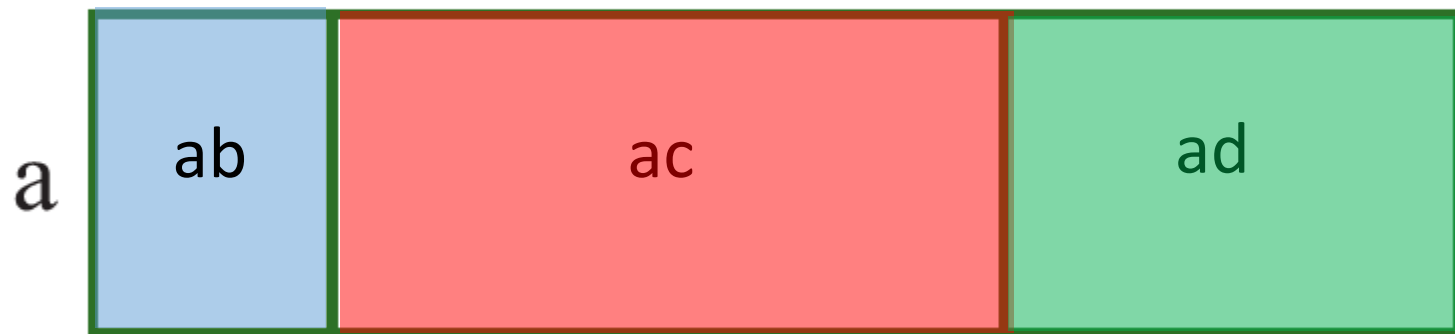
$$2x + 3y - (2x - y) = \cancel{2x} + 3y - \cancel{2x} + y = 4y$$

پاسخ درست

تمرین

۵- با توجه به شکل، یک تساوی جبری بنویسید.

$$b+c+d$$



مساحت
مستطیل
بزرگ

$$a(b+c+d) = ab + ac + ad$$

مجموع
مساحت
مستطیل
های کوچک