



پایه: هفتم

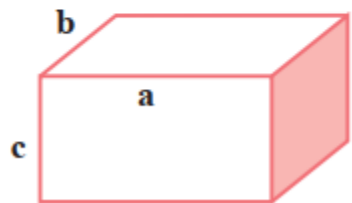
فصل ۶

محاسبه حجم های منشوری

۱- در دوره دبستان آموختید که حجم یک مکعب مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول، عرض و ارتفاع. با توجه به درس

جبر که در فصل قبل آموختید، حجم مکعب مستطیل را با یک رابطه جبری نشان دهید.

$$\text{حجم } V = a \times b \times c \Rightarrow v = abc$$



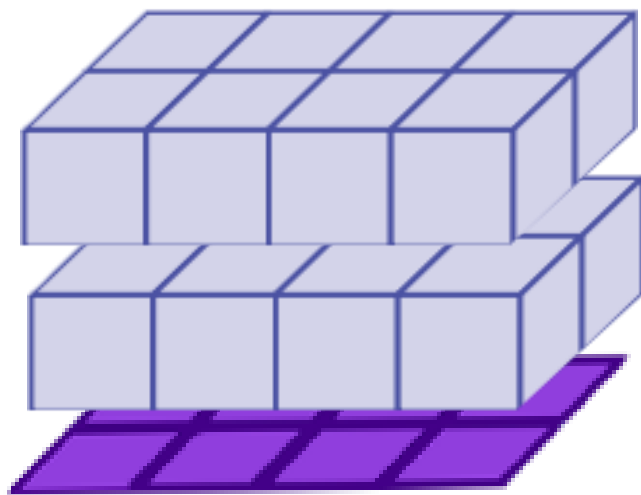
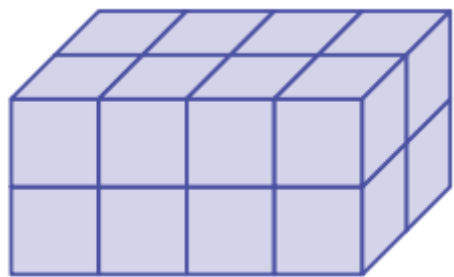
۲- قاعده مکعب مستطیل از ۸ مربع به ضلع یک سانتی متر درست شده است. (۲ × ۴)

اگر روی این قاعده، مکعب مستطیلی به ارتفاع ۲ سانتی متر درست کنیم، حجم آن چقدر می شود؟

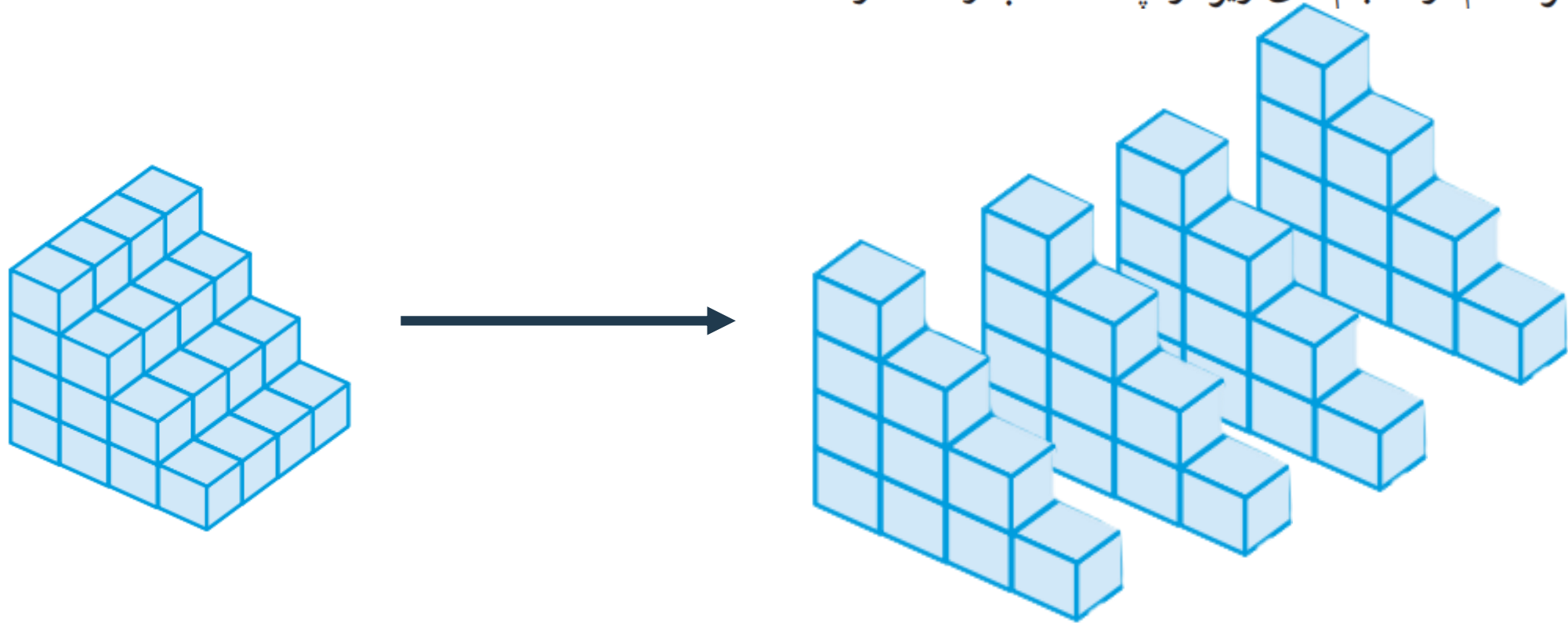
$$V = 2 \times 4 \times 2 = 16$$

اگر قاعده مکعب مستطیل ۳ × ۴ باشد، با همان ارتفاع چه حجمی درست می شود؟

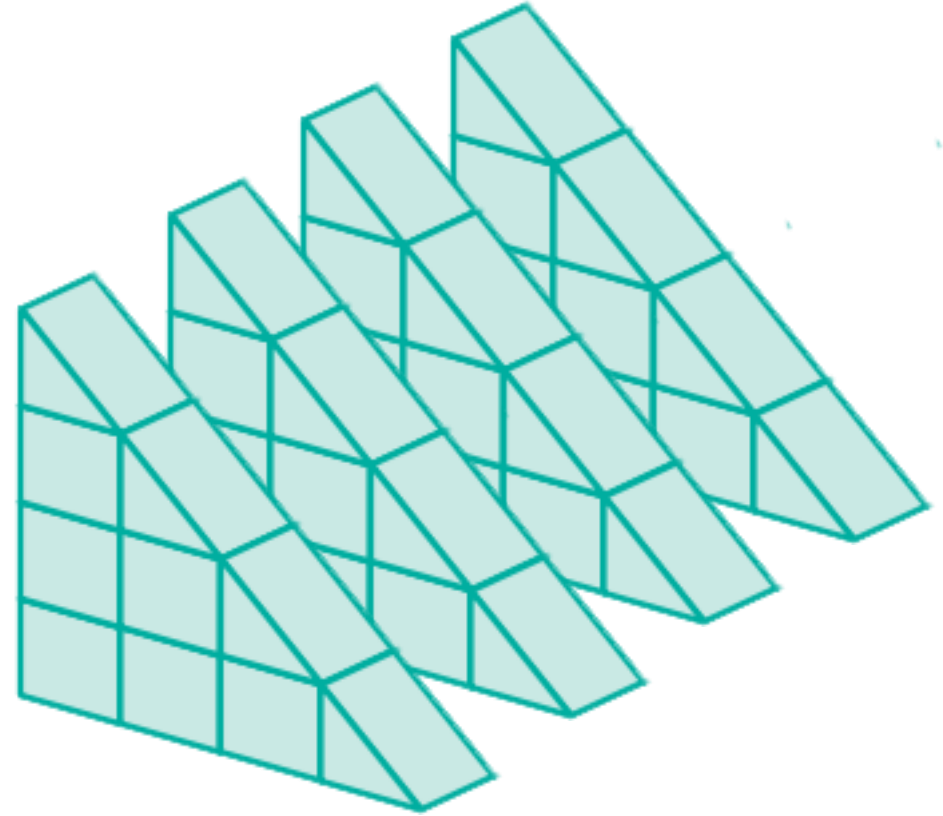
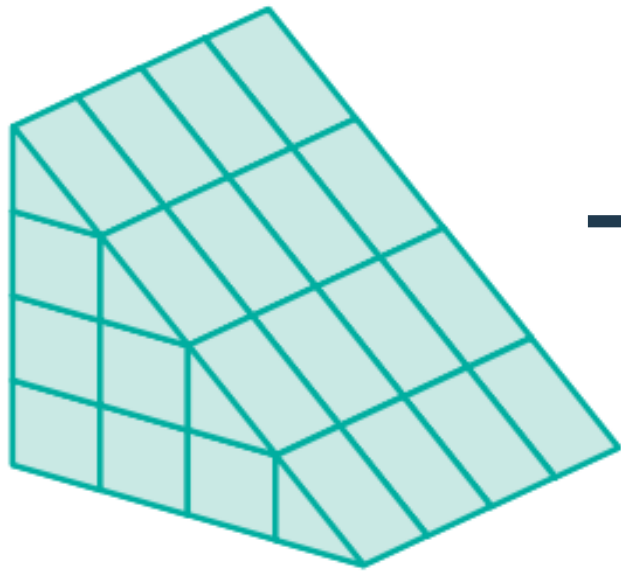
$$V = 3 \times 4 \times 2 = 24$$



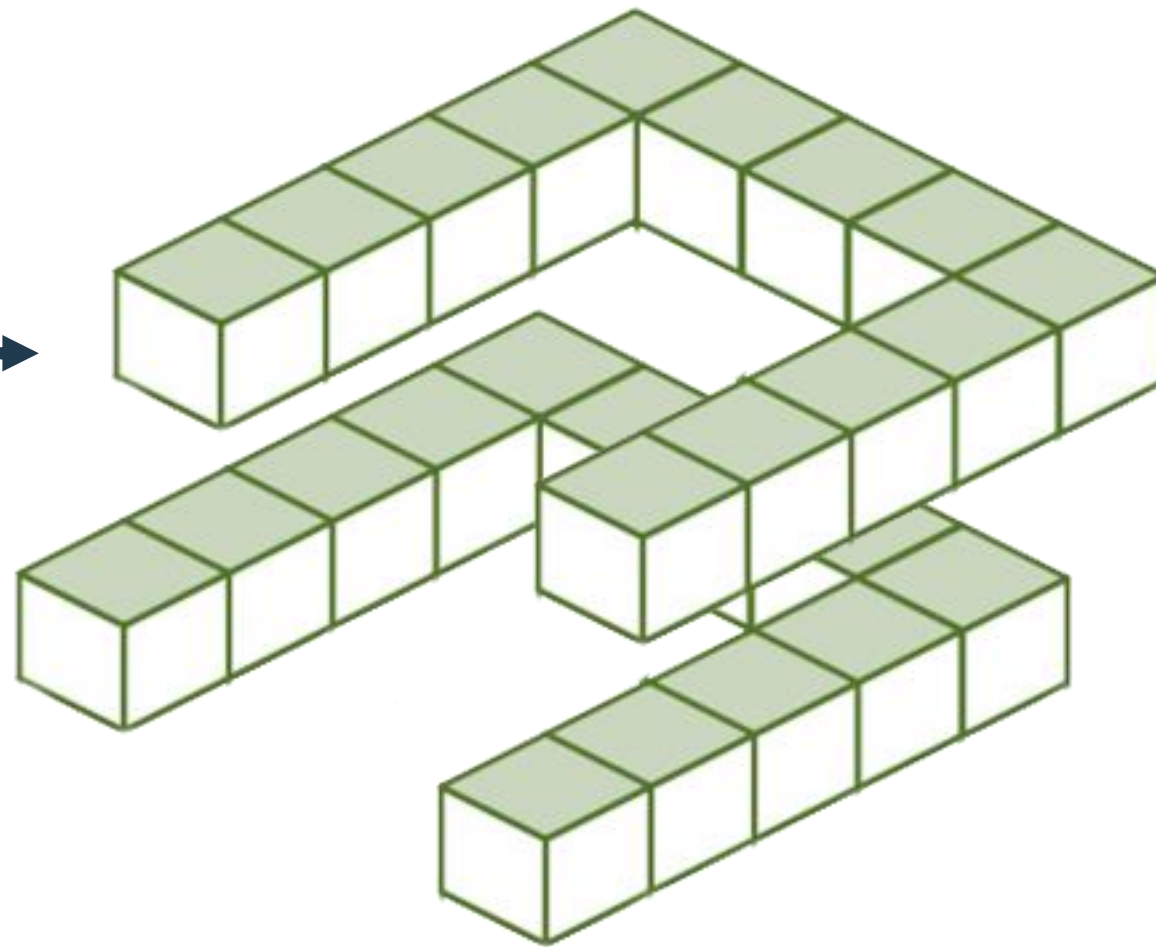
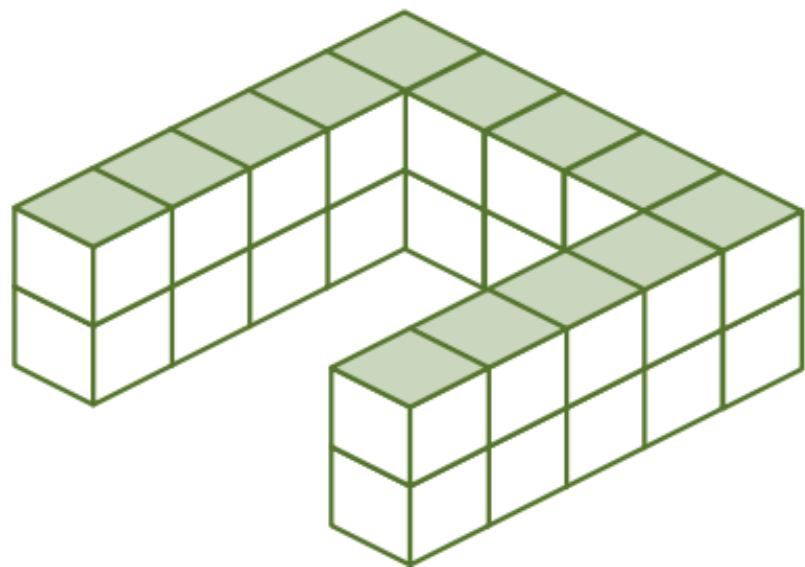
۳- همچنین آموختید که واحد حجم مکعبی به ضلع ۱ سانتی متر یا ۱ متر، یک **سانتی متر مکعب** یا یک **متر مکعب** می گویند. مشخص کنید که هر کدام از حجم های زیر از چند مکعب واحد درست شده اند.



$$1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 4 = 10$$



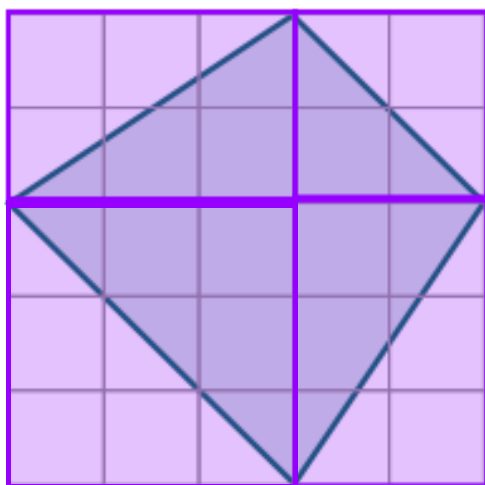
$$4 + 4 + 4 + 4 = 16$$



$$13 + 13 = 26$$

۴- اکنون هر کدام از شکل‌های زیر را به مربع‌هایی به ضلع ۱ سانتی‌متر تقسیم کنید تا مشخص شود قاعده هر کدام چند مربع به ضلع یک سانتی‌متر است (می‌توانید از عددهای کسری هم استفاده کنید).

$$۳ + ۲ + ۳ + ۴ \frac{1}{۲} = ۱۲ \frac{1}{۲}$$



$$\text{مساحت مربع} : ۳ \times ۳ = ۹$$

$$\text{چون نصف مربع است} : ۹ \div ۲ = \frac{۹}{۲} = ۴ \frac{1}{۲}$$

$$\text{مساحت مستطیل} : ۲ \times ۳ = ۶$$

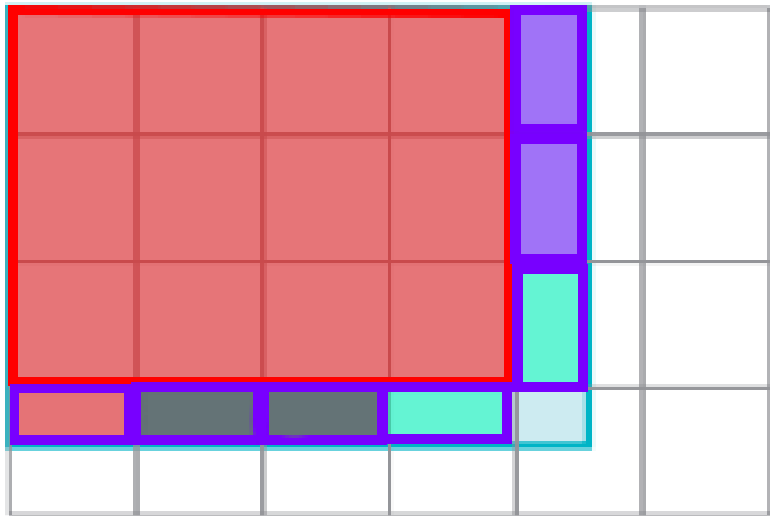
$$\text{چون نصف مستطیل است} : ۶ \div ۲ = ۳$$

$$\text{مساحت مربع} : ۲ \times ۲ = ۴$$

$$\text{چون نصف مربع است} : ۴ \div ۲ = ۲$$

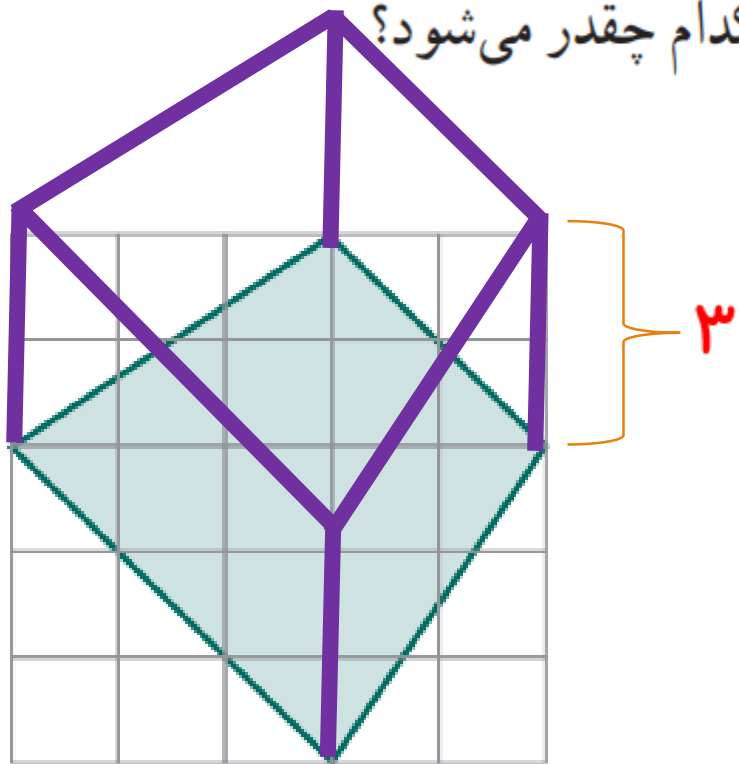
$$\text{مساحت مستطیل} : ۲ \times ۳ = ۶$$

$$\text{چون نصف مستطیل است} : ۶ \div ۲ = ۳$$

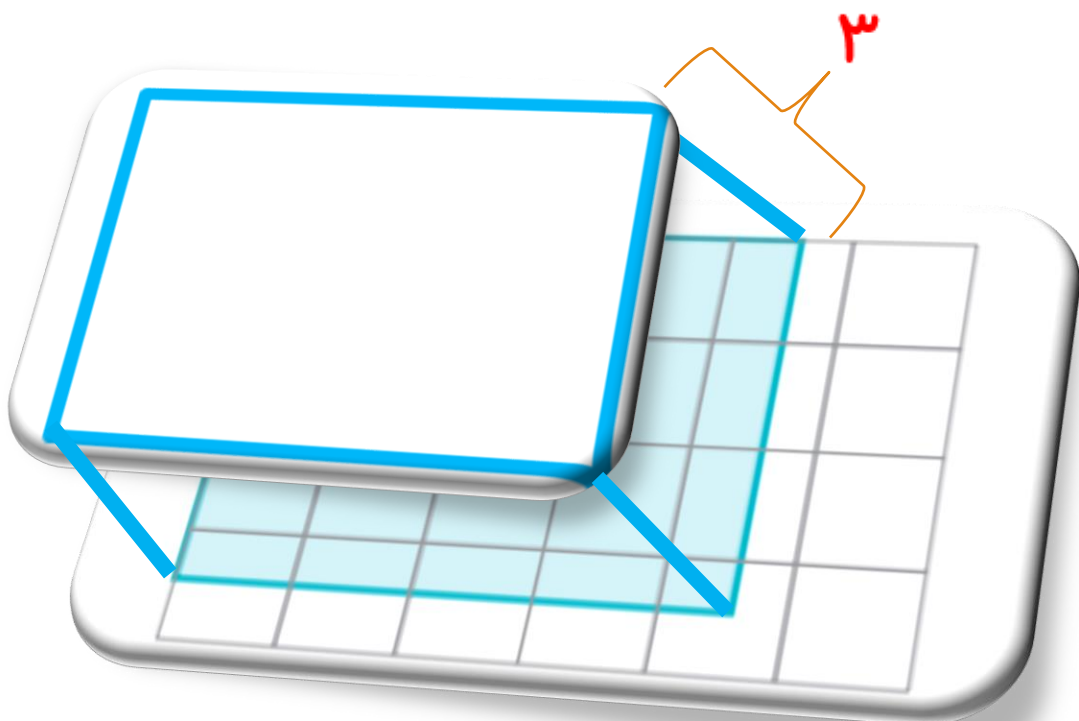


$$12 + 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 15 \frac{1}{2}$$

اگر روی این قاعده‌ها منشوری به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم، حجم هر کدام چقدر می‌شود؟



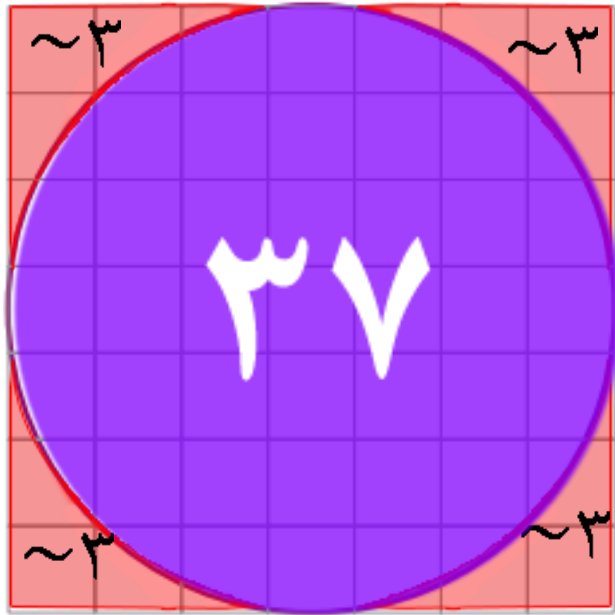
$$3 \times 12 \frac{1}{2} = 37 \frac{1}{2}$$



$$3 \times 15 \frac{3}{4} = 47 \frac{1}{4}$$

اگر به همین ترتیب بتوانیم مساحت قاعده هر منشور را با مربع های واحد سطح تقریب بزنیم، چگونه می توانیم حجم شکل های منشوری را به دست آوریم؟ **با ضرب مساحت قاعده در ارتفاع**

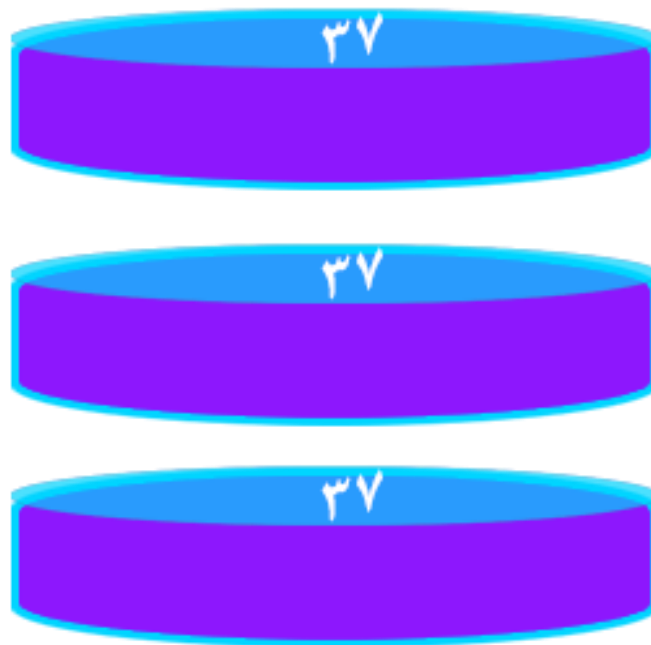
برای مثال قاعده یک استوانه را که به شکل دایره است، با مربع‌های واحد تقریب بزنیید و حجم استوانه به ارتفاع ۳ سانتی متر را به طور تقریبی به دست آورید.



$$7 \times 7 = 49 \quad \text{کل مربع ها :}$$

$$3 \times 4 = 12 \quad \text{تعداد گوشه ها :}$$

$$49 - 12 = 37 \quad \text{تعداد مربع های قاعده :}$$

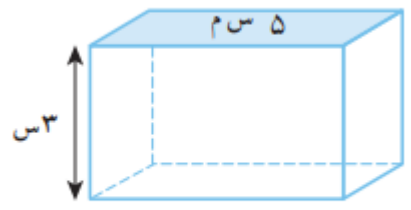


حجم استوانه : $3 \times 37 = 111$

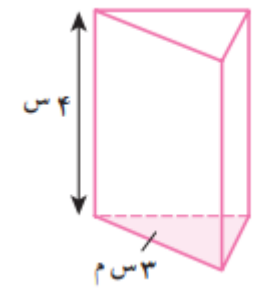
۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل، رابطه جبری به دست آوردن حجم های منشوری (V) را که در آن مساحت قاعده منشور (S) و ارتفاع منشور (h) است، بنویسید.

حجم = مساحت قاعده × ارتفاع → $v = s h$

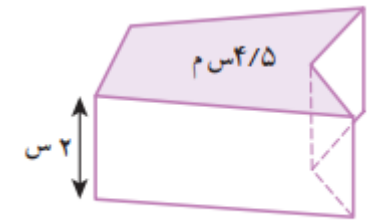
۲- با توجه به رابطه بالا و مساحت قاعده داده شده، حجم هر شکل را محاسبه کنید.



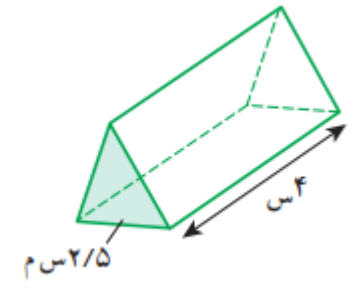
$V = s.h$
 $= 5 \times 3 = 15$



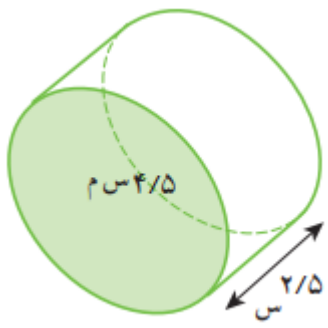
$v = s h$
 $= 3 \times 4 = 12$



$v = s h$
 $= 4/5 \times 2 = 9$

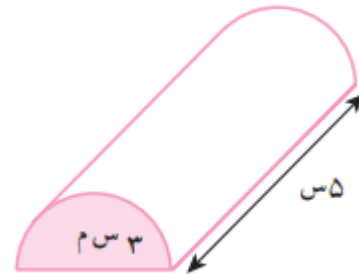


$v = s h$
 $= 2/5 \times 4 = 1.6$



$$v = sh$$

$$= \frac{4}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{11}{25}$$



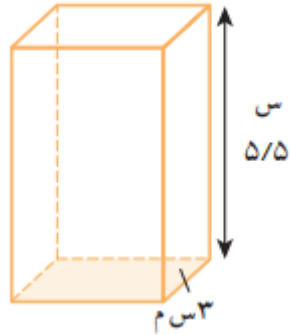
$$v = sh$$

$$= 3 \times 5 = 15$$



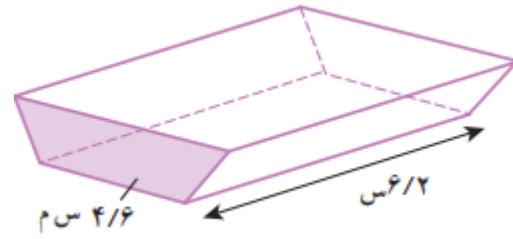
$$v = sh$$

$$= \frac{6}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{9}{25}$$



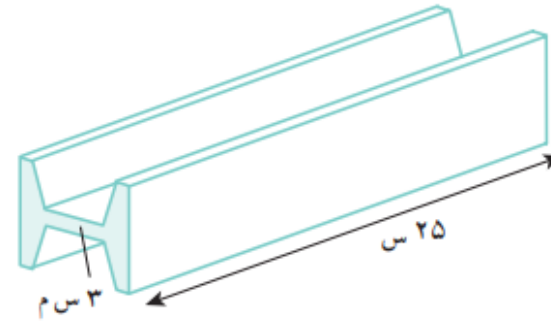
$$v = sh$$

$$= 3 \times \frac{5}{5} = \frac{16}{5}$$



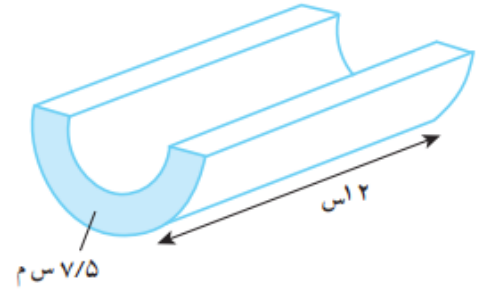
$$v = sh$$

$$= \frac{4}{6} \times \frac{6}{2} = \frac{28}{52}$$



$$v = sh$$

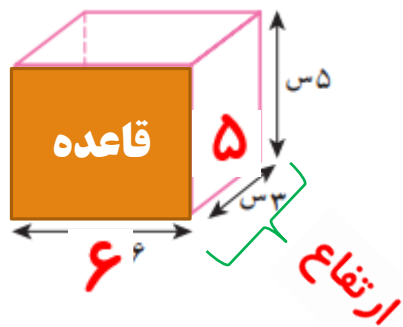
$$= 3 \times 25 = 75$$



$$v = sh$$

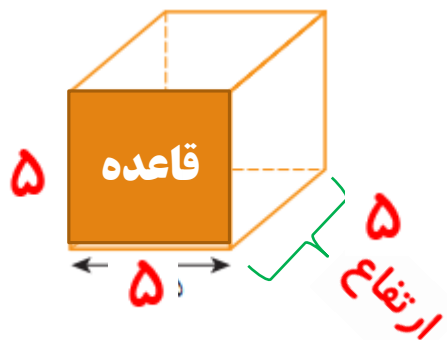
$$= \frac{7}{5} \times 12 = 90$$

۳- ابتدا مساحت قاعده و سپس حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید. برای به دست آوردن مساحت و حجم هر شکل رابطه‌های جبری را بنویسید.



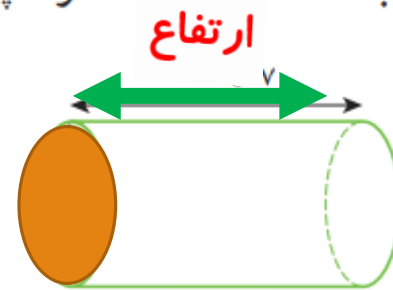
$$s = 5 \times 6 = 30$$

$$v = sh = 30 \times 3 = 90$$



$$s = 5 \times 5 = 25$$

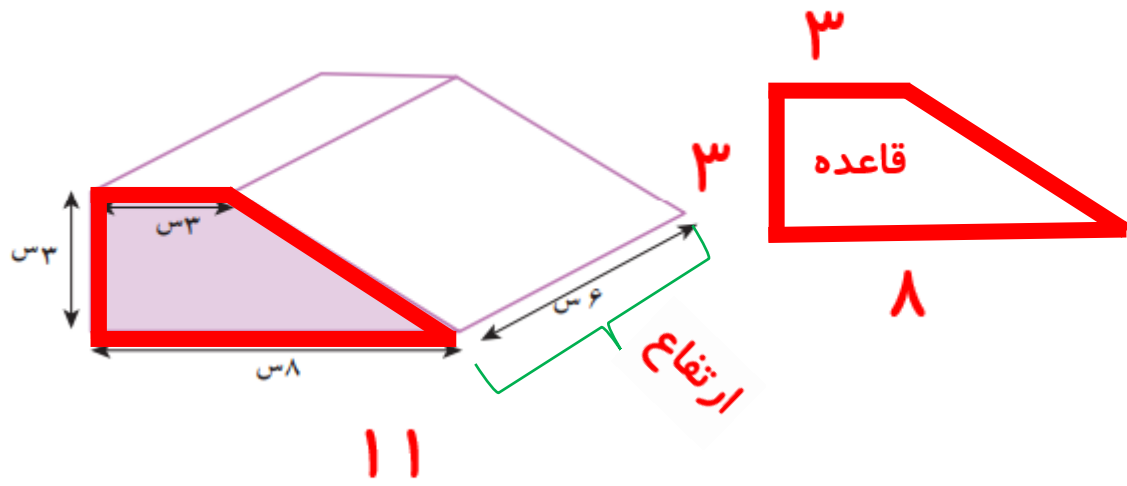
$$v = sh = 25 \times 5 = 125$$



قاعده دایره ای به شعاع ۴

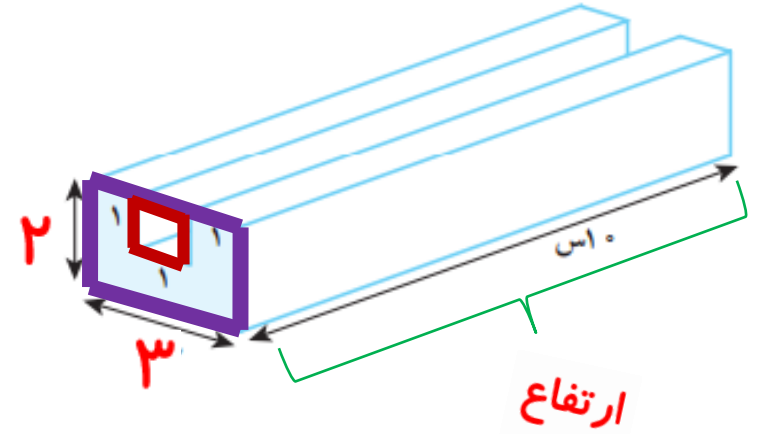
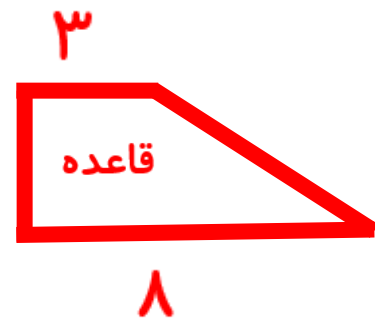
$$s = 4 \times 4 \times 3/14 = 50/24$$

$$v = sh = 50/24 \times 7 = 351/68$$



$$S = \frac{(3 + 8) \times 3}{2} = \frac{33}{2} = 16/5$$

$$v = sh = 16/5 \times 6 = 99$$



$$S_{\text{مستطیل}} = 3 \times 2 = 6$$

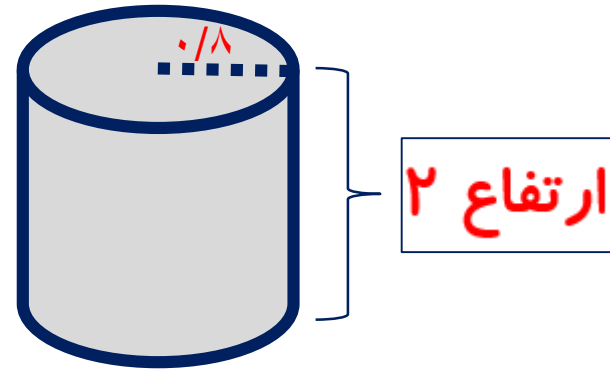
$$S_{\text{مربع}} = 1 \times 1 = 1$$

$$S_{\text{قاعدہ}} = 6 - 1 = 5$$

$$v = sh = 5 \times 10 = 50$$



۴- منبع آبی به شکل استوانه است که شعاع قاعده آن $\frac{۰}{۸}$ متر و ارتفاعش ۲ متر است. این منبع چند متر مکعب آب می‌گیرد؟



$$s = \frac{۰}{۸} \times \frac{۰}{۸} \times \frac{۳}{۱۴} = \frac{۲}{۰۰۹۶}$$

$$v = sh = \frac{۲}{۰۰۹۶} \times ۲ = \frac{۴}{۰۱۹۲}$$

۵- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن که به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰ و ۳۰ و ۲۴ سانتی متر است، جا می‌گیرد؟

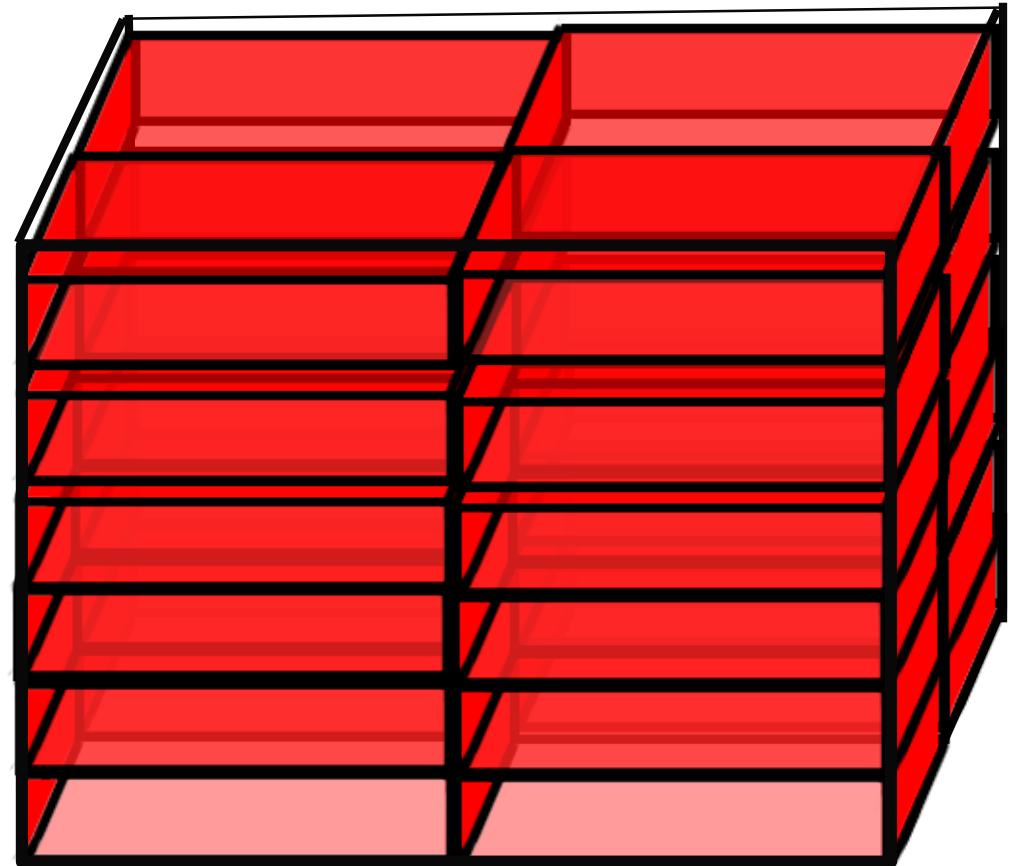
$$s = 25 \times 12 = 300$$

$$v = sh = 300 \times 5 = 1500$$

$$v = 50 \times 30 \times 24 = 36000$$

$$36000 \div 1500 = 24$$

جعبه دستمال کاغذی در کارتن



جعبه دستمال کاغذی

۵- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن که به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰ و ۳۰ و ۲۴ سانتی متر است، جا می‌گیرد؟

$$\frac{\overset{۲}{\cancel{۵۰}} \times \overset{۲}{\cancel{۲۴}} \times \overset{۶}{\cancel{۳۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۲۵}} \times \underset{۱}{\cancel{۱۲}} \times \underset{۱}{\cancel{۵}}} = ۲۴$$

روش دوم :

ساد باشد