



پایه: هفتم

فصل ۵

شمارنده ها و عدد اول

کوچک ترین مضرب مشترک

## کوچک ترین مضرب مشترک

۱- مضرب‌های صحیح یک عدد از ضرب آن در عددهای صحیح به دست می‌آید. مضرب‌های صحیح ۳ را کامل کنید.

... و  $3 \times 5$  و  $3 \times 4$  و  $3 \times 3$  و  $3 \times 2$  و  $3 \times 1$  و  $3 \times 0$  و  $3 \times (-1)$  و  $3 \times (-2)$  و  $3 \times (-3)$  و  $3 \times (-4)$  و  $3 \times (-5)$  و ...

... و  $15$  و  $12$  و  $9$  و  $6$  و  $3$  و  $0$  و  $-3$  و  $-6$  و  $-9$  و  $-12$  و  $-15$  و ...

۲- مضرب‌های طبیعی یک عدد از ضرب آن در عددهای طبیعی به دست می‌آید.

مضرب‌های طبیعی را به اختصار مضرب می‌گوییم. مضرب‌های عددهای زیر را بنویسید.

... و  $16$  و  $14$  و  $12$  و  $10$  و  $8$  و  $6$  و  $4$  و  $2$ : مضرب‌های ۲

... و  $56$  و  $49$  و  $42$  و  $35$  و  $28$  و  $21$  و  $14$  و  $7$ : مضرب‌های ۷

... و  $40$  و  $35$  و  $30$  و  $25$  و  $20$  و  $15$  و  $10$  و  $5$ : مضرب‌های ۵

۶۵

در این نحوه نوشتن ... به چه معناست؟

یعنی به همین ترتیب ادامه دارد.

۱- به سؤال‌های زیر پاسخ دهید :

اولین مضرب ۷ : ۷

سومین مضرب ۶ : ۱۸

دهمین مضرب ۹ : ۹۰

۸۰ چندمین مضرب ۸ است؟ **دهمین**

۲۴ چندمین مضرب ۶ است؟ **چهارمین**

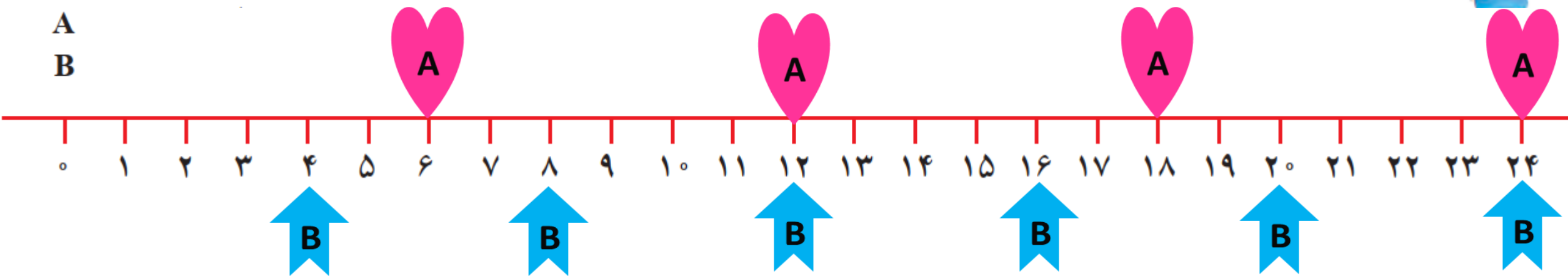
۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟ **هجدهمین**

۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟ **بیست و چهارمین**

۲- آیا تعداد شمارنده‌های یک عدد محدود است؟ **بله**

تعداد مضرب‌های یک عدد چطور؟ **خیر**

در یک بازی رایانه‌ای مهره A، ۶ تا ۶ تا حرکت می‌کند و مهره B، ۴ تا ۴ تا حرکت می‌کند. در شروع بازی هر دو مهره روی عدد صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می‌گیرند؟



A مضارب : ۶ ، ۱۲ ، ۱۸ ، ۲۴

مضارب مشترک : ۱۲ ، ۲۴

B مضارب : ۴ ، ۸ ، ۱۲ ، ۱۶ ، ۲۰ ، ۲۴

کوچک‌ترین مضرب مشترک : ۱۲

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد، اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن

اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد  $a$  و  $b$  را به‌طور اختصار **م.م.ک** می‌گویند و به

صورت  $[a$  و  $b]$  نمایش می‌دهند.

به‌عنوان نمونه

$$[4 \text{ و } 6] = 12$$

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

مضارب ۱۸ :  $18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, \dots$

مضارب ۱۲ :  $12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, \dots$

مضارب مشترک ۱۲ و ۱۸ :  $36, 72, 108, \dots$

$$[12 \text{ و } 18] = 36$$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$[18 \text{ و } 12] = 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شمارنده‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید.

می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

$$\text{ک.م.م دو عدد} = \text{عامل غیر مشترک} \times \text{عامل مشترک}$$

$$A = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$[A \text{ و } B] = 3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$$

۱- تساوی  $6 \times 4 = 24$  را به صورت‌های مختلف می‌توان معنا کرد؛ جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شمارندهٔ ۲۴ است.

ششمین مضرب ۴ عدد ۲۴ است.

۶ شمارندهٔ ۲۴ است.

چهارمین مضرب ۶ عدد ۲۴ است.

عددهای ۴ و ۶ شمارنده‌های ۲۴ هستند. عدد ۲۴ بر ۴ و ۶ قابل قسمت است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است، یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا می‌کنیم که

به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها به دست آورید.

$$\frac{5 \times 3}{6 \times 3} + \frac{4 \times 2}{9 \times 2} = \frac{15 + 8}{18} = \frac{23}{18}$$

$$[6 \text{ و } 9] = 18$$

$$\frac{7 \times 4}{15 \times 4} + \frac{9 \times 3}{20 \times 3} = \frac{28 + 27}{60} = \frac{55}{60} = \frac{11}{12}$$

$$[15 \text{ و } 20] = 60$$

$$\frac{15 \times 3}{12 \times 3} - \frac{7 \times 2}{18 \times 2} = \frac{45 - 14}{36} = \frac{31}{36}$$

$$[12 \text{ و } 18] = 36$$

شاد باشید



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از پایانه مسافربری حرکت می کند.  
 اتوبوس های خط B هر ۳۰ دقیقه از پایانه حرکت می کنند. ساعت ۱۲ ظهر  
 دو اتوبوس در خط های A و B همزمان حرکت کرده اند. در چه ساعتی به طور  
 همزمان اتوبوس ها از این دو خط حرکت می کنند؟

مضرب های عدد ۲۰ : ۲۰ ، ۴۰ ، ۶۰ ، ۸۰ ، ...

مضرب های عدد ۳۰ : ۳۰ ، ۶۰ ، ۹۰ ، ۱۲۰ ، ...

$$[ ۲۰ ، ۳۰ ] = ۶۰$$

پس از ۶۰ دقیقه یعنی ساعت ۱۳ (یک ظهر) همزمان حرکت می کنند.



۲- یک پیست دوومیدانی کوچک در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ ثانیه یک دور کامل میدان دو را طی کند و فرامرز هر ۲۱ ثانیه یک دور کامل طی کند، پس از چند ثانیه فرامرز و امید با هم به همان نقطه شروع می رسند؟  
باید ک.م.م.را به دست آورد.

$$\left. \begin{array}{l} 35 = 5 \times 7 \\ 21 = 3 \times 7 \end{array} \right\} \longrightarrow [35, 21] = 7 \times 5 \times 3 = 105$$

پس از ۱۰۵ ثانیه باهم به نقطه شروع می رسند.

امید  $105 \div 35 = 3$

فرامرز  $105 \div 21 = 5$

۳- آیا  $210$  مضرب مشترک  $7$  و  $30$  است؟ چرا؟

بله چون  $210$  بر هر دو عدد بخش پذیر هست.

آیا  $420$  مضرب مشترک  $7$  و  $30$  است؟ چرا؟

بله چون  $420$  بر هر دو عدد بخش پذیر هست.

دو عدد  $7$  و  $30$  چند مضرب مشترک دارند؟ بی شمار

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

\* اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشد، عدد بزرگ‌تر ک.م.م دو عدد است.

مضرب های عدد  $10$  :  $10, 20, 30, 40, \dots$

مضرب های عدد  $20$  :  $20, 40, 60, 80, \dots$

$$[10, 20] = 20$$

\* اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است.

اگر ب م م دو عدد یک باشد ، تنها شمارنده مشترک آن ها یک است .

برای به دست آوردن ک م م فقط عامل های غیر مشترک که دو عدد هستند در هم ضرب می شوند .

برای مثال ب م م بین دو عدد ۳ و ۴ عدد یک است و ک م م بین آنها عدد ۱۲

\* ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.

چون ب م م بین دو عدد اول عدد یک است و ک م م بین آنها برابر است با ضرب عامل های غیر مشترک .

که دو عدد اول که غیر مشترک هستند ، در هم ضرب می شوند .

برای مثال ک م م بین دو عدد ۲ و ۳ برابر عدد ۶ است .

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بنویسید.

$$* [n و ۱] = n \quad [۱, ۲۰] = ۲۰$$

$$* [n و n] = n \quad [۲۰, ۲۰] = ۲۰$$

\* ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است.

عدد ۵ ب م م دو عدد ۱۰ و ۱۵ است. ک م م ۱۵ و ۱۰ عدد ۳۰ است. عدد ۵ شمارنده ۳۰ است.

\* حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

عدد ۵ ب م م دو عدد ۱۰ و ۱۵ است.

ک م م ۱۵ و ۱۰ عدد ۳۰ است.

$$\begin{array}{l} \text{ضرب دو عدد ب م م ک م م} \\ ۱۵ \times ۱۰ = ۵ \times ۳۰ \end{array}$$

۶- به صورت ذهنی تساوی‌ها را کامل کنید.

$$(۲۰ \text{ و } ۳۰) = ۱۰$$

$$(۵ \text{ و } ۷) = ۱$$

$$(۱۵ \text{ و } ۳) = ۳$$

$$[۱۲ \text{ و } ۴] = ۱۲$$

$$[۳۰ \text{ و } ۵۰] = ۱۵۰$$

$$(۳۸ \text{ و } ۱۹) = ۱۹$$

$$[۱۵ \text{ و } ۳۰] = ۳۰$$

$$(۴ \text{ و } ۹) = ۱$$

$$[۴ \text{ و } ۹] = ۳۶$$

$$[۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۷] = ۴۲$$

$$(۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۷) = ۱$$

$$[۴ \text{ و } ۶] = ۱۲$$



در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی  $3 \times 4 = 12$  معانی مختلف آن را بیان کنید.

۱۲ را می‌توان ۳ تا ۳ تا شمرد.

۱۲ را می‌توان ۴ تا ۴ تا شمرد.

۳ و ۴ شمارنده‌های عدد ۱۲ هستند.

سومین مضرب عدد ۴ عدد ۱۲ است.

چهارمین مضرب عدد ۳ عدد ۱۲ است.

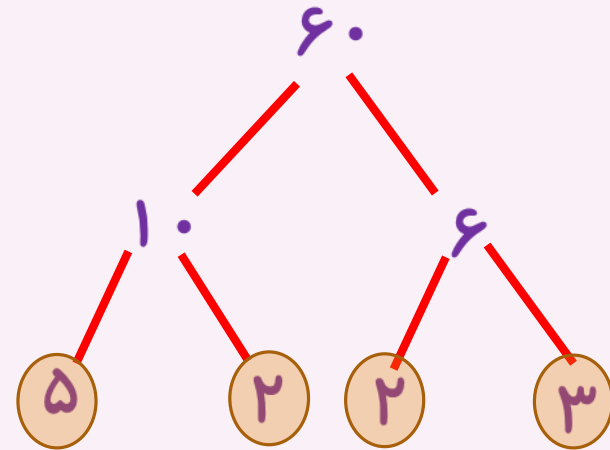
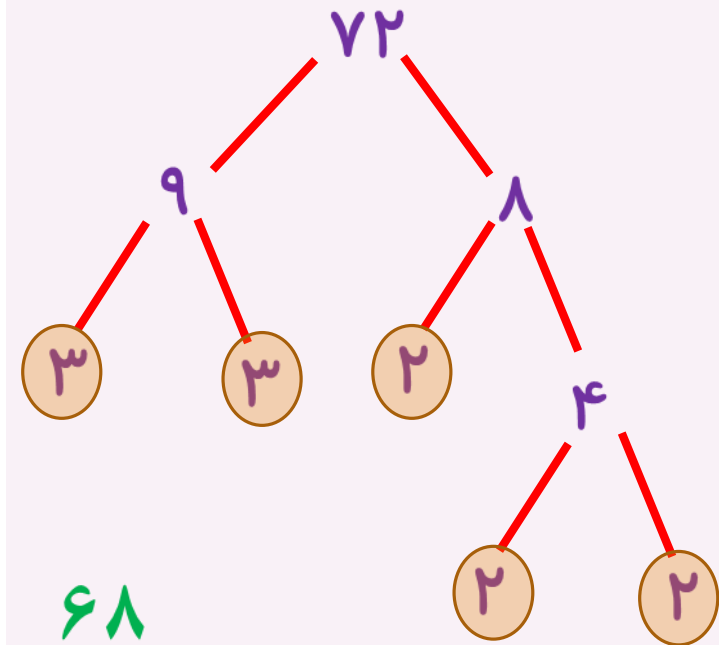
۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م.ک و م.م.ا آنها را به دست آورید.

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$(72, 60) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$[72, 60] = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 = 360$$



۳- عددهای اول بین ۵۰ تا ۸۰ را بنویسید.

۵۳      ۵۹      ۶۱      ۶۷      ۷۱      ۷۳      ۷۹

۱۲ و ۱۸

۴- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۶ و ک.م.م آنها ۳۶ باشد.

شاد باشید