

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

فصل ۵ پایه: هفتم

شمارنده ها و عدد اول

بزرگترین شمارنده مشترک

## بزرگ‌ترین شمارنده مشترک



۱- قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشند. کلاس

اول الف ۳۰ دانش‌آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می‌توان استفاده

کرد؟ چرا؟ از چادرهای ۱ نفره، ۲ نفره، ۳ نفره، ۵ نفره، ۶ نفره، ۱۰ نفره، ۱۵ نفره، ۳۰ نفره،

چون ۳۰ بر همه این اعداد بخش پذیر است.

کلاس اول ب، ۳۶ دانش آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می توان

بر پا کرد؟ چرا؟ از چادرهای ۱ نفره، ۲ نفره، ۳ نفره، ۴ نفره، ۶ نفره، ۹ نفره، ۱۲ نفره، ۱۸ نفره، ۳۶ نفره.

چون ۳۶ بر همه این اعداد بخش پذیر است.

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟ ۱ نفره، ۲ نفره، ۳ نفره، ۶ نفره

۱ نفره، ۲ نفره، ۳ نفره، ۵ نفره، ۶ نفره، ۱۰ نفره، ۱۵ نفره، ۳۰ نفره : کلاس اول الف که ۳۰ دانش آموز دارد.

۱ نفره، ۲ نفره، ۳ نفره، ۴ نفره، ۶ نفره، ۹ نفره، ۱۲ نفره، ۱۸ نفره، ۳۶ نفره : کلاس اول ب که ۳۶ دانش آموز دارد.

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش آموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر کمتری

تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟ ۶ نفره

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک دو عدد را پیدا کنیم.

امید از روش زیر استفاده کرد:

تمام شمارنده‌های ۱۸: ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸

شمارنده‌های مشترک دو عدد = ۱، ۲، ۳، ۶

تمام شمارنده‌های ۲۴: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴ = بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک دو عدد = ۶

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند؛ بنابراین بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین

مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را **م.م.م** می‌نویسند. ب.م.م دو عدد  $a$  و  $b$  را به صورت  $(a$  و  $b)$  نشان می‌دهند. مانند:

$$(18 \text{ و } 24) = 6$$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟ ابتدا دو عدد را تجزیه کرد

۱- با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.

$$(20 \text{ و } 30) = 10$$

شمارنده‌های ۲۰ : ۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰

شمارنده‌های ۳۰ : ۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰

$$(12 \text{ و } 14) = 2$$

شمارنده‌های ۱۴ : ۱، ۲، ۷، ۱۴

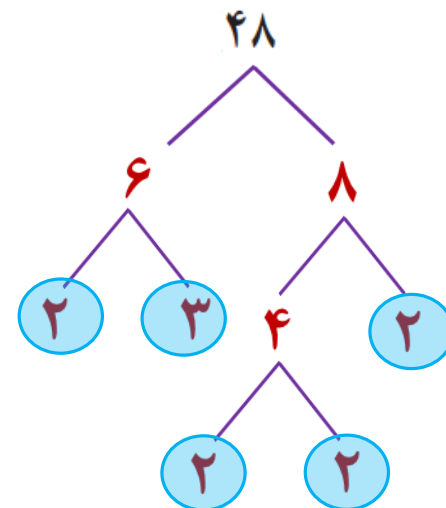
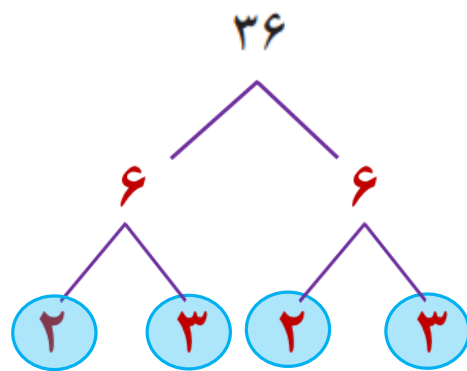
شمارنده‌های ۱۲ : ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

۲- با تجزیه عددها به شمارنده‌های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$$(48 \text{ و } 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

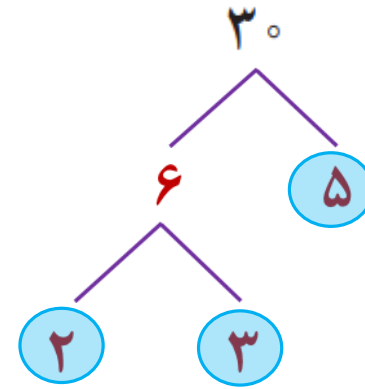
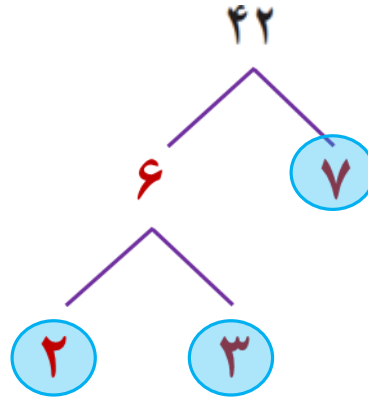
$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$



$$(42 \text{ و } 30) = 2 \times 3 = 6$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$





۱- می خواهیم یک قاب مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی متر را با کاشی های مربعی پر کنیم. ضلع این کاشی مربعی چه عددهایی می تواند باشد؟ چرا؟

۱۶، ۸، ۴، ۲، ۱ = شمارنده های ۱۶

۱۲، ۶، ۴، ۳، ۲، ۱ = شمارنده های ۱۲

ضلع مربع هایی که می توان استفاده کرد: ۴، ۲، ۱

اگر بخواهیم کاشی های مصرف شده کمترین تعداد باشند (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ عدد ۴ چرا؟ چون بزرگترین شمارنده مشترک است.

اگر بخواهیم کاشی های مصرف شده بیشترین تعداد باشند (ضلع کاشی کوچک ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟ عدد ۱ چون کوچک ترین شمارنده مشترک است.

۲- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر است. تعیین

کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی متر جا می‌گیرد؟

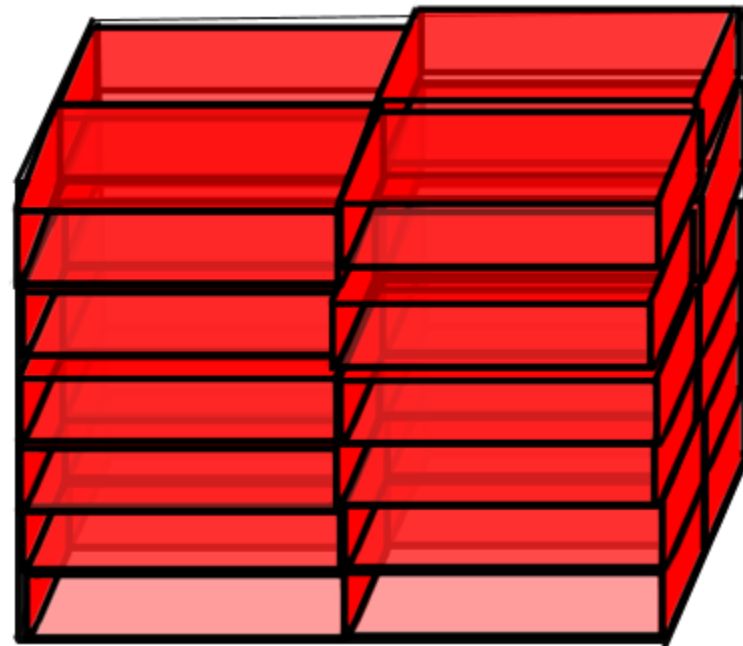
در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند؟ با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود

چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟

ابعاد جعبه شمارنده های ابعاد کارتن هستند.

هرموقع در مسئله تعداد را بنفواهند آن دو عدد  
را بر هم تقسیم می کنیم پس ابعاد مکعب مستطیل  
را بر ابعاد دستمال کاغذی تقسیم می کنیم.

$$\frac{\text{حجم مکعب مستطیل}}{\text{حجم دستمال کاغذی}} = \frac{\overset{6}{\cancel{30}} \times \overset{2}{\cancel{24}} \times \overset{2}{\cancel{50}}}{\cancel{5} \times \cancel{12} \times \cancel{25}} = 6 \times 2 \times 2 = 24$$



عددهای زیر تجزیه شده اند، ب.م.م.های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

شمارنده های اول مشترک را در هم ضرب می کنیم.

$$(28 \text{ و } 12) = 2 \times 2 = 4$$

$$(28 \text{ و } 36) = 2 \times 2 = 4$$

$$(12 \text{ و } 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$(12 \text{ و } 36 \text{ و } 28) = 2 \times 2 = 4$$

شاد باشید



۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی

می‌شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ‌ترین

پیمانه کدام است؟

شمارنده های ۱۲ : ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

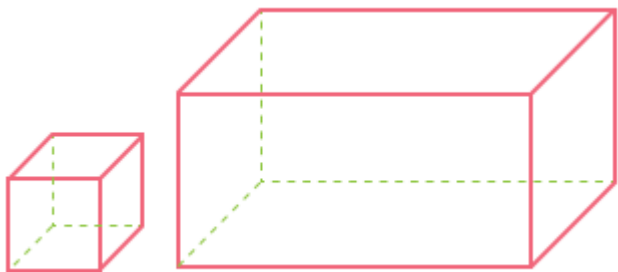
شمارنده های مشترک ۱۲ و ۱۸ : ۱، ۲، ۳، ۶

شمارنده های ۱۸ : ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸

۶: بزرگ ترین شمارنده مشترک ۱۲ و ۱۸

۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی متر را با مکعب های

مساوی پر کرده ایم. بزرگ ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟



بزرگ ترین ضلع مکعب، بزرگ ترین شمارنده مشترک سه عدد ۱۲ و ۲۸ و ۳۶ است.

۱۲: شمارنده های ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

۲۸: شمارنده های ۱، ۲، ۴، ۷، ۱۴، ۲۸

۳۶: شمارنده های ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸، ۳۶

۴: بزرگ ترین شمارنده مشترک ۱۲، ۲۸، ۳۶

در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا می شود؟

$$\frac{\overset{3}{\cancel{12}} \times \overset{7}{\cancel{28}} \times \overset{9}{\cancel{36}}}{\cancel{4} \times \cancel{4} \times \cancel{4}} = 189$$

۶۴

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

اگر دو عدد  $a$  و  $b$  اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می شود.

$$(a \text{ و } b) = 1$$

$$a = 2 \quad b = 3$$

شمارنده های ۲ : ۱، ۲

شمارنده های ۳ : ۱، ۳

$$(2, 3) = 1$$

$$a = 15 \quad b = 5$$

شمارنده های ۵ : ۱، ۵

شمارنده های ۱۵ : ۱، ۳، ۵، ۱۵

اگر عددی بر عدد دیگری بخش پذیر باشد، عدد کوچک تر ب.م.م دو عدد است.

$$(5, 15) = 5$$

$$a = 15 \quad b = 5$$

شمارنده های ۵ : ۱، ۵

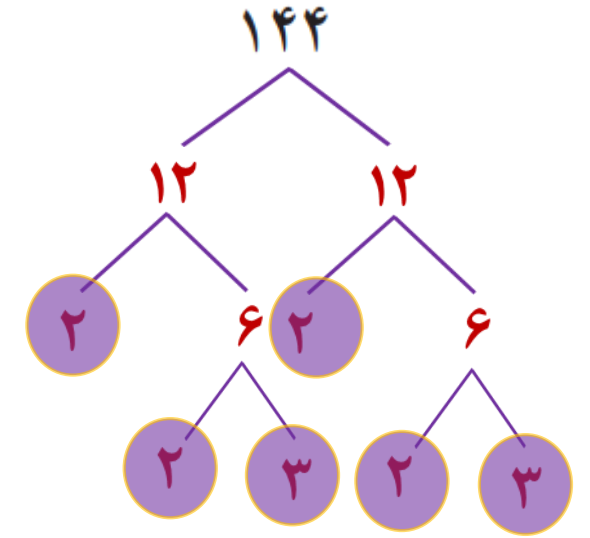
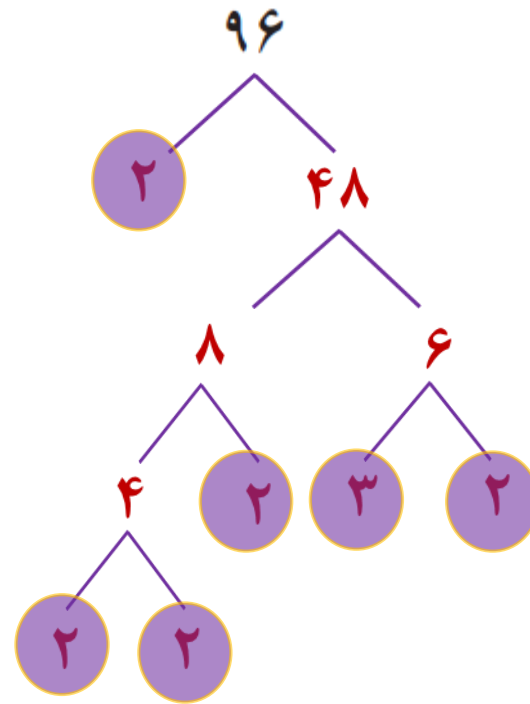
شمارنده های ۱۵ : ۱، ۳، ۵، ۱۵

کوچک ترین مقسوم علیه مشترک (یا شمارنده مشترک) هر دو عدد ۱ است.

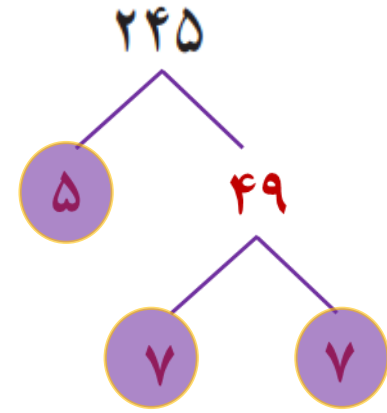
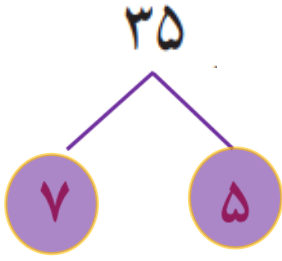
$$1 = \text{کوچکترین شمارنده مشترک}$$

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید، سپس کسرها را ساده کنید.

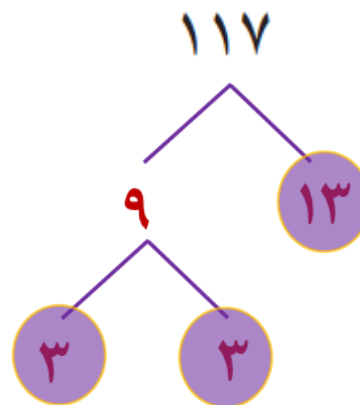
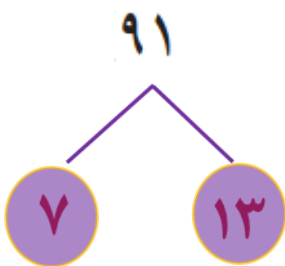
$$\frac{96}{144} = \frac{\cancel{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}}{\cancel{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}} = \frac{2}{3}$$



$$\frac{25}{250} = \frac{\cancel{5 \times 5}}{\cancel{5 \times 5 \times 10}} = \frac{1}{10}$$



۵- ب.م.م عددهای زیر را محاسبه کنید.



$$(91 \text{ و } 117) = 13$$

$$91 = 7 \times 13$$

$$117 = 3 \times 3 \times 13$$

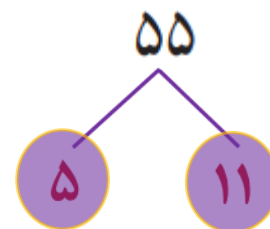
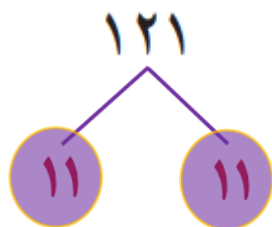
$$(216 \text{ و } 108) = 108$$

چون 216 بر 108 بخش پذیر هست پس ب.م.م عدد کوچک تر می شود.

$$(121 \text{ و } 55) = 11$$

$$121 = 11 \times 11$$

$$55 = 5 \times 11$$



۶۴

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(n \text{ و } n) = n *$$

$$(۵, ۵) = ۵$$

$$(۸, ۸) = ۸$$

\* ب.م.م دو عدد  $a$  و  $b$  شمارنده دو عدد  $a$  و  $b$  است. عدد ۲، ب.م.م دو عدد ۱۰ و ۱ هست.

عدد ۲ شمارنده دو عدد ۱ و ۱۰ هم هست.

عدد ۴، ب.م.م دو عدد ۱۲ و ۱ هست.

عدد ۴ شمارنده دو عدد ۱ و ۱۲ هم هست.

شاد باشید

\* اگر عدد  $a$  اول باشند، ب.م.م  $a$  و عدد دیگر مثل  $b$  یا یک می شود یا خود  $a$ .

$$a=۵$$

$$b=۷$$

$$(۷, ۵) = ۱$$

$$a=۵$$

$$b=۱۵$$

$$(۱۵ \text{ و } ۵) = ۵$$